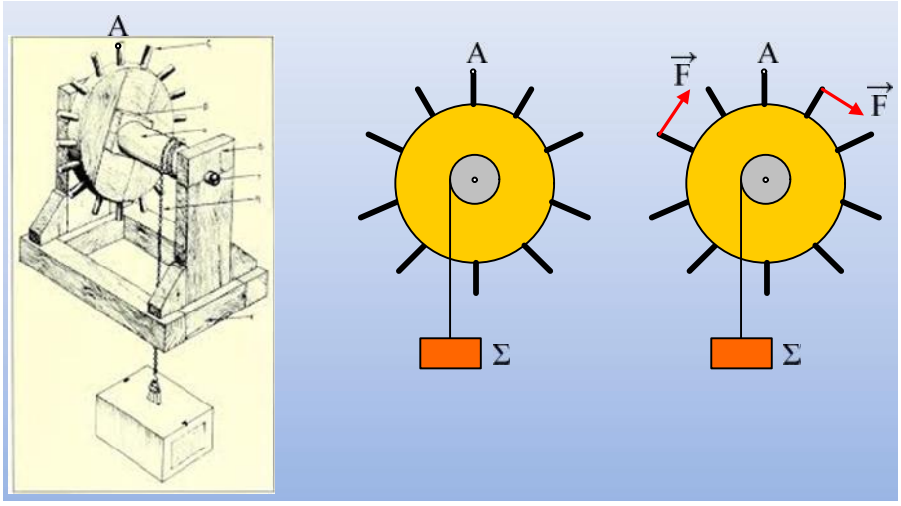
Εφαρμόζοντας τη δυναμική σε ένα βαρούλκο.



Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα βαρούλκο, με την βοήθεια του οποίο ανεβάζουμε ένα βαρύ σώμα Σ. Δίνονται η ακτίνα του τυμπάνου γύρω από το οποίο τυλίγεται το σχοινί r=10cm, ενώ η ακτίνα του σημείου Α είναι ίση με R=50cm.

α)Ασκώντας δυο δυνάμεις ίσου μέτρου F=20N, στα άκρα δύο χειρολαβών, κάθετα προς αυτές όπως στο σχήμα, μπορούμε να στρέφουμε το βαρούλκο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=0,1rad/s.

β) Αν αυξήσουμε το μέτρο των δυνάμεων στην τιμή F_1=24N, τότε το τύμπανο αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=4rad/s^2.

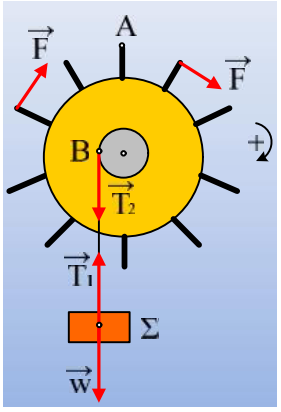
i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος Σ.

ii) Πόση είναι η ροπή αδράνειας του βαρούλκου ως προς τον άξονα περιστροφής του;

iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος Σ, αν καταργηθεί η μια από τις δύο δυνάμεις ενώ η άλλη συνεχίζει να έχει σταθερό μέτρο 24N.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ δεν ασκούνται τριβές από τον άξονα περιστροφής στο τύμπανο του βαρούλκου.

Απάντηση:



Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στο βαρούλκο (χωρίς να έχουν σχεδιαστεί το βάρος του βαρούλκου και η δύναμη από τον άξονα).

i) Αφού το βαρούλκο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα το αλγεβρικό άθροισμα των ασκούμενων ροπών είναι μηδέν:

$$\Sigma\tau=0 \rightarrow F\cdot R+F\cdot R-T_2\cdot r=0 \rightarrow T_2=\frac{2FR}{r}=\frac{2\cdot 20\cdot 0{,}5}{0{,}1}N=200N$$

Αλλά αφού η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου του βαρούλκου είναι σταθερή, ο ρυθμός μεταβολής της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Β είναι μηδενική, οπότε και η επιτάχυνση του σώματος Σ είναι μηδενική, συνεπώς $\Sigma F_\Sigma=0$ ή $Mg=T_1 \rightarrow M=\frac{T_1}{g}=\frac{200}{10}kg=20kg$ αφού το νήμα ασκεί στα άκρα του δυνάμεις ίσων μέτρων, δηλαδή $T_1=T_2$.

ii) Αν αυξηθούν τα μέτρα των δυνάμεων, το βαρούλκο θα αποκτήσει γωνιακή επιτάχυνση και το σώμα Σ θα επιταχυνθεί με φορά προς τα πάνω.

Από το 2° νόμο του Νεύτωνα για το σώμα Σ παίρνουμε:

$T_1-Mg=M\alpha$ (1) όπου α η επιτάχυνση του σώματος Σ.

Εφαρμόζοντας εξάλλου το 2° νόμο για την στροφική κίνηση του βαρούλκου παίρνουμε:

$$F_1\cdot R+F_1\cdot R-T_2\cdot r=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

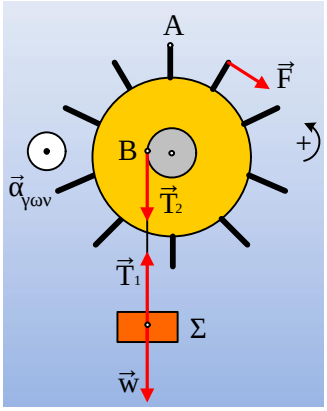
Αλλά αφού το νήμα θεωρείται αβαρές $T_1=T_2$, ενώ $\upsilon_\Sigma=\upsilon_B=\omega\cdot r \rightarrow$

$$\frac{d\text{³}_\Sigma}{dt}=\frac{d\text{³}_B}{dt}=\frac{d\mu}{dt}\cdot r \rightarrow a=a_{¥\mu\neg}\cdot r=0{,}4m/s^2$$

Από την (1) βρίσκουμε $T_1=Mg+M\alpha=208N$ και τότε με αντικατάσταση στην (2) βρίσκουμε:

$$I=\frac{2F_1R-T_2r}{a_{¥\mu\neg}}=\frac{2\cdot 24\cdot 0{,}5-208\cdot 0{,}1}{4}kg\cdot m^2=0{,}8kg\cdot m^2$$

iii) Αν καταργηθεί η μια δύναμη, τότε η ροπή της εναπομείνουσας, είναι μικρότερη από αυτήν που υπολογίστηκε στο i) ερώτημα η οποία εξασφάλισε την περιστροφή με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, συνεπώς το σύστημα αποκτά γωνιακή επιτάχυνση, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα έξω, όπως στο διπλανό σχήμα. Δουλεύοντας με τα μέτρα των μεγεθών, παίρνουμε εφαρμόζοντας το 2° νόμο του Νεύτωνα για το σώμα Σ και για το βαρούλκο:



$$w-T_1=M\alpha_1 \quad (4)$$

$$T_2\cdot r-F\cdot R=I\cdot\alpha_{1\gamma\omega\nu} \quad (5)$$

Ενώ επειδή $\upsilon_\Sigma=\upsilon_B=\omega\cdot R \rightarrow a_1=a_{1¥\mu\neg}\cdot r$ (6)

Αφού το νήμα είναι αβαρές $T_1=T_2$ και από (4), (5) και (6) παίρνουμε:

$$a_1 = \frac{Mgr^2 - FRr}{I + Mr^2} = \frac{20 \cdot 10 \cdot 0{,}1^2 - 24 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1}{0{,}8 + 20 \cdot 0{,}1^2} m/s^2 = 0{,}8 m/s^2$$

Η επιτάχυνση αυτή είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.

Σχόλιο:

Η επιτάχυνση του σώματος στο iii) ερώτημα έχει φορά προς τα κάτω. Αυτό δεν σημαίνει ότι το σώμα Σ κινείται προς τα κάτω. Μπορεί να κινείται προς τα πάνω επιβραδυνόμενο ή και προς τα κάτω επιταχυνόμενο. Στην πραγματικότητα αν με την επίδραση των δύο δυνάμεων, το τύμπανο του βαρούλκου στρέφεται με την φορά των δεικτών του ρολογιού και το σώμα Σ επιταχύνεται προς τα πάνω, μόλις καταργηθεί η μια από τις δυνάμεις, τότε για κάποιο χρονικό διάστημα το βαρούλκο επιβραδύνεται (μαζί και το σώμα Σ), μέχρι να μηδενιστεί η γωνιακή ταχύτητά του, ενώ στη συνέχεια θα αρχίσει να στρέφεται με αντίθετη φορά επιταχυνόμενο, ενώ ταυτόχρονα θα επιταχύνεται και το σώμα Σ προς τα κάτω.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης