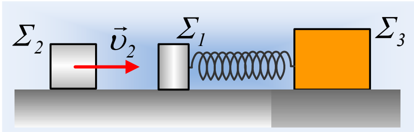
Θα υπάρξει ολίσθηση μετά την κρούση;



Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1=1kg εκτελεί ΑΑΤ σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με πλάτος 0,4m, στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακίνητο σώμα Σ_3, μάζας M=15kg. Το Σ_3 ισορροπεί σε πιο τραχύ οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή οριακής στατικής τριβής μ_s=0,4. Το σώμα Σ_2, μάζας m_2=0,5kg, κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα υ_2=4,5m/s, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή t_0=0, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ_1, με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, να κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου υ_2'=1,5m/s.

i) Να βρεθούν, για το χρονικό διάστημα πριν την κρούση, η μέγιστη ταχύτητα (κατά μέτρο) ταλάντωσης του Σ_1 και το μέγιστο μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στο Σ_3.

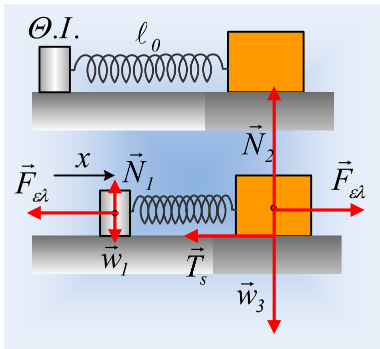
ii) Ποια η ταχύτητα του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση;

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος η οποία οφείλεται στην κρούση.

iv) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος, τη στιγμή που η στατική τριβή που ασκείται στο σώμα Σ_3 έχει μέτρο T_s=45N.

v) Να εξετάσετε αν θα ολισθήσει το σώμα Σ_3 κατά τη διάρκεια της νέας ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το σώμα Σ_1 μετά την κρούση.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Σ_1 και Σ_3 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του πρώτου σώματος, σε μια τυχαία θέση, η οποία απέχει κατά x από τη θέση ισορροπίας. Από την ισορροπία του Σ_3 παίρνουμε $\Sigma F_x=0 \rightarrow$

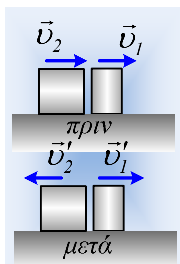
$$T_s=F_{\varepsilon\lambda}=k\cdot \Delta\ell = kx$$

Αλλά τότε, το μέτρο της τριβής γίνεται μέγιστη τη στιγμή που του σώμα βρίσκεται σε μέγιστη απομάκρυνση (x=-A ή x=+A), οπότε:

$$T_{max} = kA = 100\cdot 0,4N = 40N$$

Αντίθετα η ταχύτητα του σώματος Σ_1 γίνεται μέγιστη (κατά μέτρο), τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του:

$$\left|\upsilon_{1max}\right| = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m_1}}A_1 = \sqrt{\frac{100}{1}}0,4m/s = 4m/s.$$



ii) Έστω υ_1 και υ_2 οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, πριν την κρούση και υ_1' και υ_2' αμέσως μετά. Για τις ταχύτητες μετά την κρούση έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad (1)$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 \quad (2)$$

Με αντικατάσταση στην (2) και θεωρώντας την **προς τα δεξιά φορά θετική**, παίρνουμε:

$$-1,5 = \frac{2\cdot 1}{1+0,5}\upsilon_1 + \frac{0,5-1}{1+0,5}4,5 \rightarrow \upsilon_1 = 0$$

Συνεπώς το σώμα Σ_1 τη στιγμή της κρούσης, βρίσκεται σε θέση πλάτους με μηδενική ταχύτητα, ενώ:

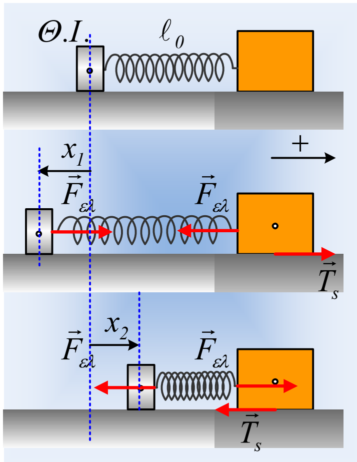
$$\upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 = 0 + \frac{2\cdot 0,5}{1+0,5}4,5m/s = 3m/s$$

iii) Με βάση τις ταχύτητες που βρήκαμε:

Οπότε $\Delta P_1 = P_1' - P_1 = m_1\upsilon_1' - m_1\upsilon_1 = 1\cdot 3kgm/s - 0 = +3kgm/s$

Και $\Delta P_2 = P_2' - P_2 = m_2\upsilon_2' - m_2\upsilon_2 = 0,5\cdot(-1,5)kgm/s - 0,5\cdot(4,5)kgm/s = -3kgm/s$

iv) Η μέγιστη τριβή η οποία μπορεί να ασκηθεί στο σώμα Σ_3, η οριακή τριβή έχει μέτρο:



$$T_{ορ} = \mu_s N_3 = \mu_s Mg = 0,4\cdot 15\cdot 10N = 60N$$

Συνεπώς τη στιγμή που η τριβή έχει μέτρο 45N, είναι στατική και το Σ_3 ισορροπεί, οπότε και $F_{ελ}$=45N. Δύναμη όμως από το ελατήριο, ασκείται και στο σώμα Σ_1 το οποίο ταλαντώνεται, αυτή δε, ταυτίζεται και με τη δύναμη επαναφοράς, για την ταλάντωση που εκτελεί. Αλλά δύναμη με τέτοιο μέτρο μπορεί να ασκηθεί σε δυο θέσεις στη διάρκεια της ταλάντωσης. Στην πρώτη, το σώμα βρίσκεται στη θέση x_1, όπου το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell_1 = \frac{F_{ελ}}{k} = 0,45m$, οπότε x_1=-0,45m και στην άλλη που το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά 0,45m, στη θέση x_2=+0,45m.

Με βάση αυτά, αν το σώμα Σ_1 περνά από τη θέση x_1 έχουμε: $\frac{dP_1}{dt} = \Sigma F = +45kgm/s^2$.

Αντίθετα στη θέση x_2, έχουμε: $\frac{dP_1}{dt} = \Sigma F = -45kgm/s^2$.

Προφανώς το Σ_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα οπότε $\frac{dP_2}{dt} = 0$ και το Σ_3 είναι ακίνητο, οπότε επίσης

$$\frac{dP_3}{dt} = 0$$

v) Τη στιγμή της κρούσης το σώμα Σ_1 βρίσκεται σε θέση πλάτους ($x = \pm A_1$), όπου και αποκτά ταχύτητα υ_1' ξεκινώντας μια νέα ταλάντωση. Εφαρμόζοντας τη διατήρηση της ενέργειας ταλάντωσης γι' αυτήν, παίρνουμε:

$$K + U = E_{2/\tau} \rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}DA_1^2 = \frac{1}{2}DA_2^2 \text{ με D=k} \rightarrow$$

$$A_2 = \sqrt{A_1^2 + \frac{m_1 \upsilon_1'^2}{k}} = \sqrt{0,4^2 + \frac{1 \cdot 3^2}{100}} m = 0,5m$$

Με συνέπεια η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς (εδώ της δύναμης του ελατηρίου) είναι ίσο:

$$F_{\varepsilon\lambda/max} = kA = 100 \cdot 0,5N = 50N$$

Αλλά τότε από την ισορροπία του σώματος $Σ_3$, θα αναπτυχθεί πάνω του στατική τριβή με μέγιστη τιμή 50Ν, μικρότερη από την οριακή τριβή η οποία θα μπορούσε να εμφανιστεί ($T_{ορ}$=60Ν), συνεπώς η τριβή αυτή θα είναι στατική και το $Σ_3$ δεν θα ολισθήσει.

Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης