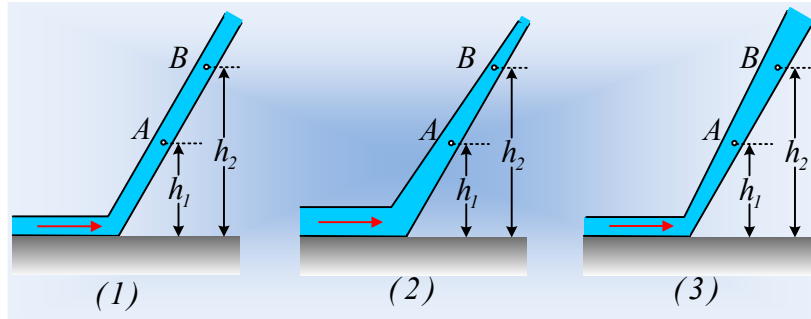


### Ένας πλάγιος σωλήνας ύδρευσης.

Για την υδροδότηση μιας κατοικίας χρησιμοποιούμε ένα πλάγιο σωλήνα, ο οποίος τροφοδοτεί μια βρύση του πρώτου ορόφου. Έστω δύο σημεία του νερού A και B σε ύψη  $h_1$  και  $h_2$  από το έδαφος.



i) Αν ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή (σχ.1):

α) Πόση είναι η διαφορά πίεσης  $\Delta p_0 = p_A - p_B$  με την βρύση κλειστή;

β) Αν ανοίξουμε τη βρύση και αποκατασταθεί μόνιμη ροή, για την αντίστοιχη διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων A και B  $\Delta p$ , ισχύει:

$$\text{a) } \Delta p < \Delta p_0, \quad \text{b) } \Delta p = \Delta p_0, \quad \text{c) } \Delta p > \Delta p_0.$$

ii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις αν ο πλάγιος σωλήνας είχε τη μορφή του σωλήνα του σχήματος (2) ή του σχήματος (3);

#### Απάντηση:

i) Στην περίπτωση του σωλήνα σταθερής διατομής:

α) Από την θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής, μεταξύ δύο σημείων που βρίσκονται σε κατακόρυφη απόσταση  $h$  η διαφορά πίεσης είναι ίση με  $p_A - p_B = \rho gh$ , οπότε:

$$\Delta p_0 = p_A - p_B = \rho gh = \rho g(h_2 - h_1)$$

β) Από την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής που περνά από τα σημεία A και B, παίρνουμε:

$$p_A + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad (1)$$

Όμως από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών του σωλήνα στα σημεία A και B, παίρνουμε:

$$A_A v_A = A_B v_B \quad (2)$$

Αλλά  $A_A = A_B$ , οπότε και  $v_A = v_B$ , με αποτέλεσμα από την (1) έχουμε:

$$p_A - p_B = \rho gh_2 - \rho gh_1 \rightarrow \Delta p = \rho g(h_2 - h_1) = \Delta p_0$$

Σωστή η β) εκδοχή, πράγμα που σημαίνει ότι δεν αλλάζει η διαφορά πίεσης με τη ροή (προσοχή οι τι-

μές πίεσης σε κάθε σημείο μπορούν να μεταβάλλονται, αλλά η διαφορά πίεσης μένει σταθερή).

ii) Στο σωλήνα του σχήματος (2) όπου η διατομή του σωλήνα μειώνεται με το ύψος:

α) Το νερό είναι ξανά σε ισορροπία (στατική ισορροπία – υδροστατική), οπότε:

$$\Delta p_0 = p_A - p_B = \rho g h = \rho g (h_2 - h_1)$$

β) Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση (2) δίνει:

$$A_A v_A = A_B v_B \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{A_B}{A_A} < 1 \rightarrow v_A < v_B$$

Αλλά τότε από την (1) παίρνουμε:

$$p_A + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \rightarrow$$

$$p_A - p_B = \rho g (h_2 - h_1) + \left( \frac{1}{2} \rho v_B^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 \right) > \rho g (h_2 - h_1)$$

Εδώ λοιπόν  $\Delta p > \Delta p_0$  και σωστό είναι το c) ενδεχόμενο.

iii) Πάμε τώρα στο σωλήνα του 3<sup>ου</sup> σχήματος:

α) Η διαφορά πίεσης είναι η ίδια  $\Delta p_0 = p_A - p_B = \rho g h = \rho g (h_2 - h_1)$

β) Τα πράγματα είναι αντίθετα, από ότι στον 2<sup>ο</sup> σωλήνα. Η διατομή μεγαλώνει, συνεπώς μειώνεται η ταχύτητα ροής και δουλεύοντας όπως στο προηγούμενο ερώτημα, βρίσκουμε:

$$p_A - p_B = \rho g (h_2 - h_1) + \left( \frac{1}{2} \rho v_B^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 \right) < \rho g (h_2 - h_1)$$

Και σωστό είναι το a).

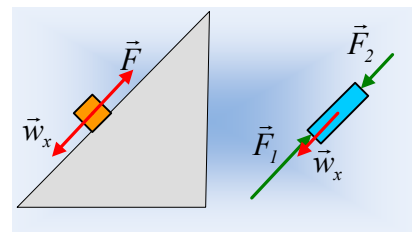
### Σχόλιο:

Στο διπλανό σχήμα ένα σώμα ανεβαίνει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης F. Ποια σχέση συνδέει τη δύναμη αυτή, με τη συνιστώσα  $w_x$  του βάρους;

Εξαρτάται από τι συμβαίνει με την ταχύτητα ανόδου.

- Αν θέλουμε να κινείται με σταθερή ταχύτητα, τότε  $F = w_x$ , ίδια σχέση και με την περίπτωση που το σώμα ηρεμεί πάνω στο επίπεδο.
- Αν θέλουμε να επιταχύνεται τότε  $F > w_x$ .
- Αν η ταχύτητα μειώνεται, τότε  $F < w_x$ .

Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει με μια ποσότητα νερού του σωλήνα. Τώρα στο ρόλο της F, έχουμε τη συνισταμένη  $\Sigma F = F_1 - F_2 = p_1 A - p_2 A = \Delta p \cdot A$ , όπου  $\Delta p$  η διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δύο διατομές, η οποία ασκείται στην ποσότητα αυτή από το υπόλοιπο νερό.



Το αν η ταχύτητα αλλάζει ή όχι και πώς, καθορίζεται από το γεωμετρικό σχήμα (τι συμβαίνει με τη διατομή) του σωλήνα.

Έτσι:

- Στο 1<sup>ο</sup> σωλήνα,  $v = \text{σταθ}$   $\rightarrow \Sigma F = 0$  ή  $F_1 - F_2 = w_x \rightarrow \Delta p A = \rho g A \cdot x \eta \mu \theta \rightarrow \Delta p = \rho g h$
- Στον 2<sup>ο</sup> σωλήνα το νερό επιταχύνεται και  $F_1 - F_2 > w_x \rightarrow \Delta p > \rho g h$ .
- Στον 3<sup>ο</sup> σωλήνα το νερό επιβραδύνεται, οπότε  $F_1 - F_2 < w_x \rightarrow \Delta p < \rho g h$ .

### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονόσης Μάργαρης*