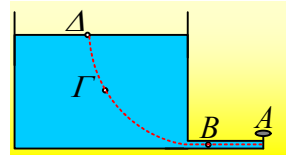


Με ανοικτή και κλειστή την στρόφιγγα.

Μια μεγάλη δεξαμενή είναι γεμάτη νερό μέχρι ύψους $h=5\text{m}$, ενώ ένα σωλήνας, που συνδέεται στον πυθμένα, έχει διατομή $A=1\text{cm}^2$ και κλείνεται με στρόφιγγα στο άκρο Α, όπως στο σχήμα. Το νερό με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, θεωρείται ιδανικό ρευστό και η ροή στρωτή και μόνιμη με τη στρόφιγγα ανοικτή, ενώ στο σχήμα έχει χαραχθεί μια ρευματική γραμμή ΔΓΑ. Δίνεται επίσης $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος, με την στρόφιγγα ανοικτή:
 - α) Η πίεση στο σημείο Δ της επιφάνειας είναι ίση με την πίεση στο Α.
 - β) Μια μικρή μάζα νερού, έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, την στιγμή που βγαίνει από το άκρο Α, παρά όταν βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια στο Δ.
 - γ) Η πίεση στο σημείο Β είναι ίση με την πίεση στο Α.
 - δ) Για τις τιμές της πίεσης στα σημεία Β και Γ ισχύει $p_B - p_\Gamma = \rho g h_{\Gamma B}$.
- ii) Αν η διατομή της δεξαμενής είναι πολύ μεγάλη, ποια η ταχύτητα με την οποία βγαίνει το νερό από το άκρο Α;
- iii) Κλείνουμε την στρόφιγγα. Η πίεση στο σημείο Α άλλαξε ή όχι;
- v) Αν πιέσουμε με την βοήθεια ενός εμβόλου την πάνω επιφάνεια της δεξαμενής, θα αυξηθεί η ποσότητα του νερού που θα βγαίνει από την διατομή στο Α, με τη στρόφιγγα ανοικτή. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

Απάντηση:

- i) α) Η πίεση σε ένα σημείο Δ της επιφάνειας είναι ίση με την πίεση στο Α.
Η πρόταση είναι σωστή. $p_A = p_\Delta = p_{\text{ατμοσφαιρική}}$.
- β) Μια μικρή μάζα νερού, έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, την στιγμή που βγαίνει από το άκρο Α, παρά όταν βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια στο Δ.
Η πρόταση είναι σωστή. Πρακτικά η ταχύτητα στο σημείο Δ θεωρείται μηδενική. Πράγματι από την εξίσωση της συνέχειας $A_\Delta \cdot v_\Delta = A_A \cdot v_A$. Αλλά αφού $A_\Delta \gg A_A$ θα ισχύει ότι $v_A \gg v_\Delta$.
- γ) Η πίεση στο σημείο Β είναι ίση με την πίεση στο Α.
Η πρόταση είναι σωστή. Αφού ο οριζόντιος σωλήνας έχει σταθερή διατομή, η ταχύτητα στο σημείο Β είναι ίδια με την ταχύτητα στο άκρο Α. Αλλά τότε από το νόμο Bernoulli, έχουμε:

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \rightarrow$$

$$p_A = p_B.$$

- δ) Για τις τιμές της πίεσης στα σημεία Β και Γ ισχύει $p_B - p_\Gamma = \rho g h_{\Gamma B}$.

Η πρόταση είναι λανθασμένη. Η παραπάνω σχέση θα ήταν σωστή αν δεν είχαμε κίνηση του υγρού, αλλά ισορροπία. Στην περίπτωση της μόνιμης ροής ισχύει ο νόμος Bernoulli, όπου:

$$p_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho v_{\Gamma}^2 + \rho g h_{\Gamma B} = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2.$$

ii) Εφαρμόζοντας το νόμο Bernoulli, μεταξύ των σημείων Δ και Α, όπου $p_{\Delta} = p_A = p_{at}$ και θεωρώντας $v_{\Delta} = 0$, αφού η διατομή της δεξαμενής είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του σωλήνα στο Α, παίρνουμε:

$$p_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho v_{\Delta}^2 + \rho g h = p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2.$$

$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 = \rho g h \rightarrow$$

$$v_A = \sqrt{2gh} \quad (\text{θεώρημα Torricelli})$$

$$v_A = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

iii) Μόλις κλείσουμε τη στρόφιγγα, έχουμε πια το νερό σε ισορροπία. Αλλά τότε για τις πιέσεις στα σημεία Δ και Α θα έχουμε:

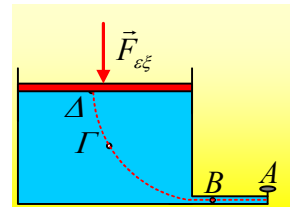
$$p_A - p_{\Delta} = \rho g h \rightarrow p_A = p_{\Delta} + \rho g h \quad \text{ή}$$

$$p_A = 10^5 \text{ N/m}^2 + 1.000 \cdot 10 \cdot 5 \text{ N/m}^2 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

iv) Αν η δεξαμενή καλυπτόταν από ένα έμβολο, στο οποίο ασκούσαμε μια εξωτερική δύναμη, τότε θα είχαμε αύξηση της πίεσης στο κάτω άκρο του εμβό-

λου, κατά $\frac{F_{\varepsilon\xi}}{A}$. Έτσι στο σημείο Δ η πίεση θα αποκτούσε τιμή:

$$p_{\Delta} = p_{at} + \frac{F_{\varepsilon\xi}}{A}$$



Εφαρμόζοντας ξανά το νόμο Bernoulli, μεταξύ των σημείων Δ και Α, όπως και παραπάνω έχουμε:

$$p_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho v_{\Delta}^2 + \rho g h = p_A + \frac{1}{2} \rho v_A'^2$$

$$p_{at} + \frac{F_{\varepsilon\xi}}{A} + 0 + \rho g h = p_{at} + \frac{1}{2} \rho v_A'^2 \rightarrow$$

$$v_A' = \sqrt{2gh + \frac{2F_{\varepsilon\xi}}{\rho A}}$$

Βλέπουμε ότι με την άσκηση της εξωτερικής δύναμης στην πάνω επιφάνεια, αυξάνεται η ταχύτητα

εκροής του νερού, αφού $\sqrt{2gh + \frac{2F_{\varepsilon\xi}}{\rho A}} > \sqrt{2gh}$, αλλά τότε η παροχή θα αυξηθεί, αφού:

$$P=A_A \cdot v_A.$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης