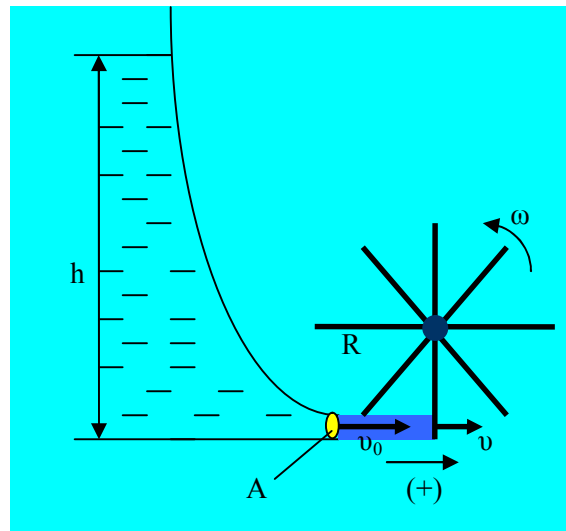


Ο νερόμυλος και η ισχύς του...



Για την κίνηση ενός νερόμυλου ακτίνας $R = 1\text{m}$, εκμεταλλευόμαστε φράγμα ύψους $h = 7,2\text{m}$. Από οριζόντιο σωλήνα εμβαδού διατομής $A = 0,1\text{m}^2$ στο κατώτερο σημείο του φράγματος εκτοξεύεται το νερό και χτυπάει τα περύγια του νερόμυλου, ο οποίος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 6\text{rad/s}$. Το νερό μετά την πρόσκρουσή του στα περύγια αποκτά την ταχύτητα των περρυγίων. Αν δεχτούμε ότι το εμβαδόν κάθε περρυγίου είναι πολύ μεγαλύτερο από τη διατομή του σωλήνα, ώστε η φλέβα του νερού να προσπίπτει κάθετα σε αυτό, υπολογίστε:

- i) Την ταχύτητα που βγαίνει το νερό από το σωλήνα και την παροχή του.
- ii) Τη δύναμη που δέχεται κάθε περρύγιο.
- iii) Την ισχύ του νερόμυλου και την ισχύ του νερού.
- iv) Την απόδοση της διάταξης.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho_v = 1000\text{kg/m}^3$, $g = 10\text{m/s}^2$, τριβές στον άξονα του νερόμυλου αμελητέες, η πρόσπτωση γίνεται στο άκρο του περρυγίου.

Απάντηση

- i) Από το θεώρημα του Toricelli

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{20 \cdot 7,2} = 12 \text{ m/s.}$$

Η παροχή του σωλήνα είναι

$$\Pi = A \cdot v_0 = 0,1 \cdot 12 = 1,2 \text{ m}^3/\text{s}$$

- ii) Μια μάζα dm του νερού βγαίνοντας από το σωλήνα έχει ορμή $p_0 = dm \cdot v_0$ και μετά την πρόσπτωσή της στο περρύγιο αποκτά ορμή $p = dm \cdot v$ ίδιας κατεύθυνσης με την p_0 . Η μεταβολή της ορμής της έχει αλγεβρική τιμή

$$dp = p - p_0 \Leftrightarrow dp = dm \cdot (v - v_0)$$

όπου $v = \omega \cdot R = 6\text{m/s}$, η γραμμική ταχύτητα του άκρου του περρυγίου.

Από τον 2ο Νόμο του Newton η δύναμη που δέχεται η μάζα dm έχει αλγεβρική τιμή

$$F_v = \frac{dp}{dt} = \frac{dm \cdot (v - v_0)}{dt} = \frac{\rho_v \cdot dV \cdot (v - v_0)}{dt} = \rho_v \cdot \Pi \cdot (v - v_0) = -10^3 \cdot 1,2 \cdot 6 = -7,2 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Από τον 3ο Νόμο Newton η δύναμη που ασκεί το νερό στο πτερύγιο θα είναι

$$F_\pi = -F_v = 7,2 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

iii) Η ισχύς του νερόμυλου δηλαδή η ισχύς της F_π είναι

$$P_\pi = F_\pi \cdot v = 7,2 \cdot 10^3 \cdot 6 = 43,2 \cdot 10^3 \text{ W} = 43,2 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

Η ισχύς που μεταφέρει η φλέβα του νερού οφείλεται στην κινητική του ενέργεια (ή ισοδύναμα στην αρχική δυναμική ενέργεια του νερού στο ύψος h) και είναι ίση με την κινητική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου

$$P_v = \frac{dK}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \cdot dm \cdot v_0^2}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \rho_v \cdot dV \cdot v_0^2}{dt} = \frac{1}{2} \rho_v \cdot \Pi \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 1,2 \cdot 144 = 86,4 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

iv) Ο συντελεστής απόδοσης της διάταξης θα είναι

$$e = \frac{P_\pi}{P_v} = \frac{43,2 \cdot 10^3}{86,4 \cdot 10^3} = 0,5 \text{ ή απόδοση } 50\%.$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Ανδρέας Ριζόπουλος