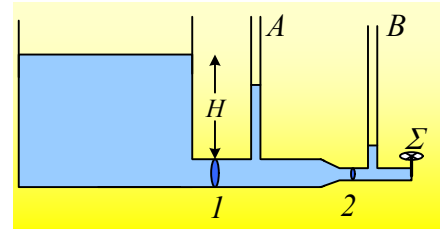


### Ποια τα ύψη σταμανόμετρα.

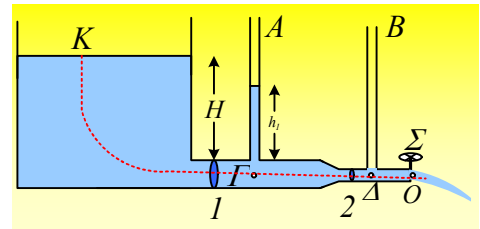
Ένας οριζώντιος σωλήνας συνδέεται κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής σε βάθος  $H=10\text{m}$ , όπως στο διπλανό σχήμα. Αρχικά ο σωλήνας έχει διατομή  $A_1$ , ενώ στη συνέχεια στενεύει αποκτώντας διατομή  $A_2=0,4A_1$ . Οι ακτίνες των δύο σωλήνων θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με το ύψος  $H$ .



- i) Αν η στρόφιγγα  $\Sigma$  στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, ενώ η ροή μόνιμη και στρωτή, να υπολογιστούν:
  - α) Το ύψος  $h_2$  της στήλης στο σωλήνα B.
  - β) Το ύψος  $h_1$  της στήλης στο σωλήνα A.
- ii) Κλείνουμε τη στρόφιγγα  $\Sigma$ . Να υπολογιστούν ξανά τα ύψη  $h_1$  και  $h_2$  στους σωλήνες A και B.
- iii) Αν η στρόφιγγα  $\Sigma$  στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί πραγματικό ρευστό, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται εσωτερικές τριβές:
  - α) Θα ανέβει ή όχι το νερό στη στήλη B;
  - β) Κλείνουμε τη στρόφιγγα  $\Sigma$ . Να υπολογιστούν ξανά τα ύψη  $h_1$  και  $h_2$  στους σωλήνες A και B.

#### Απάντηση:

- i) α) Στο στενό σωλήνα το νερό κινείται με μια σταθερή ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα εκροής στο άκρο O, με βάση την εξίσωση της συνέχειας ( $A_{\Delta} \cdot v_{\Delta} = A_o \cdot v_o$ ). Αλλά η πίεση στο άκρο O, είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση και από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων  $\Delta$  και O, έχουμε:



$$p_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho v_{\Delta}^2 = p_o + \frac{1}{2} \rho v_o^2 \rightarrow p_{\Delta} = p_o = p_{at}$$

Αλλά αυτό σημαίνει ότι το νερό δεν θα ανέλθει στο σωλήνα B και η εικόνα θα είναι αυτή του παραπάνω σχήματος.

- β) Από την εξίσωση της συνέχειας για δυο διατομές του οριζώντιου σωλήνα στις θέσεις Γ και O, παίρνουμε:

$$A_1 \cdot v_{\Gamma} = A_2 \cdot v \rightarrow v_{\Gamma} = \frac{A_2}{A_1} v = \frac{0,4 A_1}{A_1} v = 0,4 v \quad (1)$$

Όπου  $v$  η ταχύτητα εκροής στο άκρο O του σωλήνα.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων K και O, τα οποία βρίσκονται στην ίδια ρευματική γραμμή, θεωρώντας μηδενική την ταχύτητα του σημείο K, αφού η δεξαμενή έχει πολύ μεγαλύτερη διατομή από το σωλήνα και έχουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho v_K^2 + \rho gH = p_o + \frac{1}{2}\rho v^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gH}$$

Τώρα από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Γ και Ο έχουμε:

$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho v_\Gamma^2 = p_o + \frac{1}{2}\rho v^2 \rightarrow$$

$$p_\Gamma = p_o + \frac{1}{2}\rho v^2 - \frac{1}{2}\rho(0,4v)^2 \rightarrow$$

$$p_\Gamma = p_{at} + 0,84 \frac{1}{2}\rho v^2 = p_{at} + 0,84 \frac{1}{2}\rho(\sqrt{2gH})^2 = p_{at} + 0,84\rho gH \quad (2)$$

Όμως το σημείο Γ, είναι στο κάτω άκρο της κατακόρυφης στήλης νερού του σωλήνα Α, οπότε η πίεση είναι ίση με:  $p_\Gamma = p_{at} + \rho g h_1$  (3)

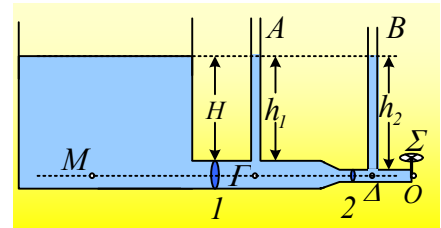
Από (2) και (3) έχουμε:  $0,84\rho gH = \rho g h_1 \rightarrow h_1 = 0,84H = 8,4m$

- ii) Μόλις κλείσουμε τη στρόφιγγα, το νερό ισορροπεί, οπότε στα σημεία Μ, Γ και Δ επικρατεί η ίδια πίεση, οπότε:

$$p_{at} + \rho gH = p_{at} + \rho g h_1 = p_{at} + \rho g h_2 \rightarrow$$

$$h_1 = h_2 = H = 10m.$$

(Αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων...)



- iii) Αν το νερό είναι πραγματικό, τότε αν θεωρήσουμε ένα σωματίο

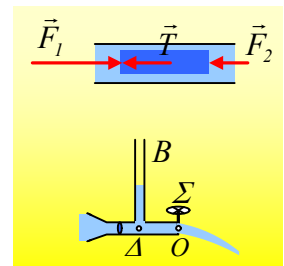
ρευστού, κυλινδρικού σχήματος, στο τμήμα μεταξύ των σημείων Δ και Ο, δέχεται στη διεύθυνση της κίνησης, τις δυνάμεις που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου Τ η δύναμη τριβής από τα διπλανά στρώματα του νερού,  $F_1$  η δύναμη λόγω πίεσης στην αριστερή βάση και  $F_2$  η αντίστοιχη δύναμη από την δεξιά βάση. Αλλά αν έχουμε μια ροή με σταθερή παροχή, το σωματίο αυτό θα κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε  $\Sigma F = 0$  ή

$$F_1 = F_2 + T \rightarrow$$

$$F_1 > F_2 \rightarrow$$

$$p_1 A > p_2 A \rightarrow p_1 > p_2$$

Κατά μήκος δηλαδή του στενού σωλήνα η πίεση μειώνεται, αλλά τότε αφού στο άκρο Ο η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική, στο Δ η πίεση είναι μεγαλύτερη και το νερό θα ανέβει στο μανόμετρο, όπως στο σχήμα.



- iv) Μόλις κλείσουμε την στρόφιγγα και σταματήσει η ροή, θα έχουμε ξανά ένα υγρό σε ισορροπία, χωρίς να εμφανίζεται εσωτερική τριβή και η κατάσταση θα είναι απολύτως ίδια με αυτήν του ii) ερωτήματος,

με αποτέλεσμα ξανά να έχουμε:

$$h_1=h_2=H=10m.$$

## Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονόσης Μάργαρης*