

### Ποιο δοχείο αδειάζει πρώτο;

Πριν τεθεί το ερώτημα ας δούμε ποια σχέση συνδέει την παροχή της τρύπας ενός δοχείου με το ύψος του νερού.

Το νερό θεωρείται ιδανικό υγρό.

Το δοχείο είναι κυλινδρικό με διατομή  $A$  και η οπή έχει διατομή  $A_{οπ}$ .

Η ταχύτητα εκροής σημειώνεται με  $v$  και η ταχύτητα της επιφάνειας του νερού με  $u$ .

Η  $u$  δεν θα θεωρηθεί αμελητέα διότι η διατομή του δοχείου δεν είναι τεράστια συγκρινόμενη με αυτήν της οπής.

Πάντως  $A > A_{οπ}$  και  $v > u$ .

#### Σχέση παροχής-ύψους.

Η παροχή είναι σταθερή οπότε  $A \cdot u = A_{οπ} \cdot v$  (1)

Ο νόμος Bernoulli για τα  $E$  και  $O$ , της ίδιας ρευματικής γραμμής, δίνει:

$$P_E + \frac{1}{2} \rho \cdot u^2 + \rho \cdot g \cdot h = P_O + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$$

Όμως  $P_E = P_O = P_{ατμ}$  οπότε:

$$\frac{1}{2} \rho \cdot u^2 + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \Rightarrow u^2 + 2g \cdot h = v^2 \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις (1) και (2) έχουμε:

$$u^2 + 2g \cdot h = \frac{A^2}{A_{οπ}^2} u^2 \Rightarrow u = \sqrt{\frac{2g}{\frac{A^2}{A_{οπ}^2} - 1} \cdot h} \quad (3)$$

Η παροχή είναι ίση με:

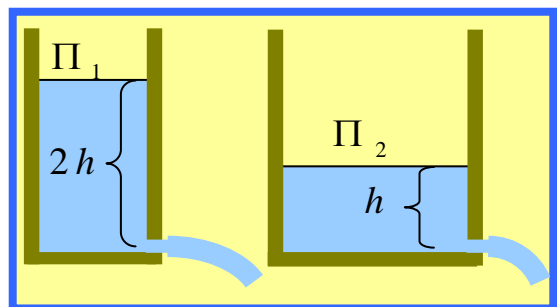
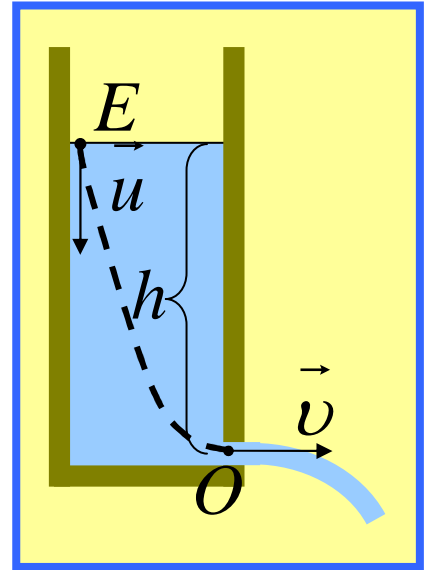
$$\Pi = A \cdot u = \sqrt{\frac{A^2 \cdot A_{οπ}^2 \cdot 2g}{A^2 - A_{οπ}^2} \cdot h}$$

#### Ποιο δοχείο θα αδειάζει πρώτο;

Έχουμε δύο κυλινδρικά δοχεία που περιέχουν ίσες ποσότητες νερού.

Το ένα έχει διατομή  $A$  και το άλλο διατομή  $2A$ .

Φυσικά τα αρχικά ύψη είναι  $2H$  και  $H$  αντίστοιχα και τούτο διότι οι αρχικοί όγκοι είναι ίσοι.



Ποιο δοχείο θα αδειάσει πρώτο;

Θα μπορούσαμε να κάνουμε ακριβή υπολογισμό των δύο χρόνων και σύγκριση.

Ας το δούμε λίγο διαφορετικά. Αν τα δυο δοχεία αδειάζουν ταυτόχρονα τότε θα πρέπει κάθε στιγμή να έχει το φαρδύ το μισό ύψος νερού και ταυτόχρονα να είναι ίδιες οι παροχές.

Εμείς θα συγκρίνουμε τις παροχές των δοχείων όταν τα ύψη είναι  $h$  και  $2h$ .

$$\Pi_1 = \sqrt{\frac{A^2 \cdot A_{\text{οπ}}^2 \cdot 2g}{A^2 - A_{\text{οπ}}^2}} \cdot 2h \quad \text{και} \quad \Pi_2 = \sqrt{\frac{4A^2 \cdot A_{\text{οπ}}^2 \cdot 2g}{4A^2 - A_{\text{οπ}}^2}} \cdot h$$

Με διαίρεση έχουμε:

$$\frac{\Pi_1}{\Pi_2} = \sqrt{\frac{4A^2 - A_{\text{οπ}}^2}{2A^2 - 2A_{\text{οπ}}^2}} > 1$$

Επομένως  $\Pi_1 > \Pi_2$  δηλαδή το στενό δοχείο θα αδειάσει πρώτο.

### **Παρατήρηση:**

Αν θεωρήσουμε αμελητέα την διατομή της οπής τότε οι ταχύτητες εκροής είναι:

$$\text{Για το στενό δοχείο } v_1 = \sqrt{2g \cdot 2h}$$

$$\text{Για το φαρδύ δοχείο } v_2 = \sqrt{2g \cdot h}$$

$$\text{Προφανώς } v_1 > v_2 \Rightarrow A_{\text{οπ}} \cdot v_1 > A_{\text{οπ}} \cdot v_2 \Rightarrow \Pi_1 > \Pi_2$$

Δηλαδή καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα πολύ ευκολότερα.

Το συμπέρασμά μας είναι ασφαλές διότι ο λόγος των διατομών διαφέρει πολύ από τη μονάδα.

### **Υλικό Φυσικής-Χημείας**

*Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...*

Επιμέλεια:

**Γιάννης Κοριακόπουλος**