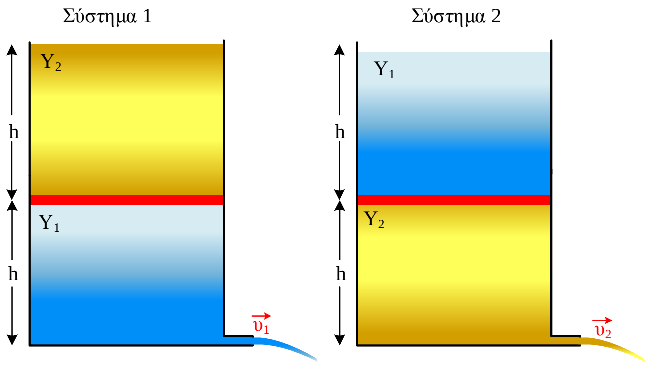
Στην αρχή και στην μέση.

Τα δύο υγρά $Υ_1$ και $Υ_2$ του σχήματος έχουν πυκνότητες $ρ_1$ και $ρ_2 < ρ_1$ αντίστοιχα. Οι δύο κύλινδροι είναι ανοιχτοί στο πάνω μέρος τους. Μεταξύ των δύο υγρών υπάρχει έμβολο αμελητέας μάζας που δεν επιτρέπει την ανάμιξη τους. Αρχικά το ύψος κάθε υγρού είναι h. Κάποια στιγμή ανοίγουμε την κάνουλα και σχεδόν αμέσως αποκαθίσταται η σταθερή ροή.

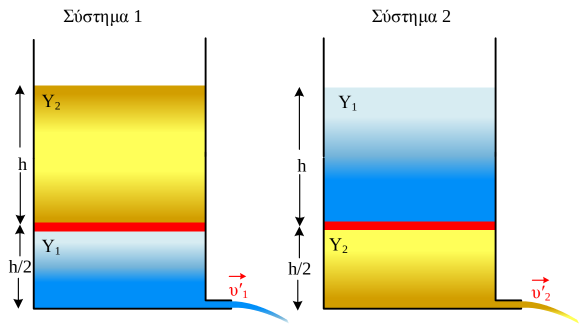


Σχήμα 1

Α. Για τις αρχικές ταχύτητες μόλις αποκατασταθεί η ροή ισχύει:

α. $υ_1 > υ_2$ **β.** $υ_1 = υ_2$ **γ.** $υ_1 < υ_2$

Β. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία έχοντας το "κάτω" υγρό σε κάθε σύστημα στο μισό ύψος απ' αυτό που το είχαμε αρχικά. Για τις διαφορές των τετραγώνων των ταχυτήτων $Δυ^2 = |υ_2^2 - υ_1^2|$ και $Δυ'^2 = |υ_2'^2 - υ_1'^2|$ κατά την έναρξη στα σχήματα 1 και 2 ισχύει:



Σχήμα 2

α. $Δυ^2 > Δυ'^2$ **β.** $Δυ^2 = Δυ'^2$ **γ.** $Δυ^2 < Δυ'^2$

Γ. Από την κατάσταση που βλέπουμε στο σχήμα 1, ως την κατάσταση του σχήματος 2 θα φτάσει πιο γρήγορα (ξεκινώντας ταυτόχρονα) το:

α. σύστημα 1 **β.** σύστημα 2 **γ.** ταυτόχρονα

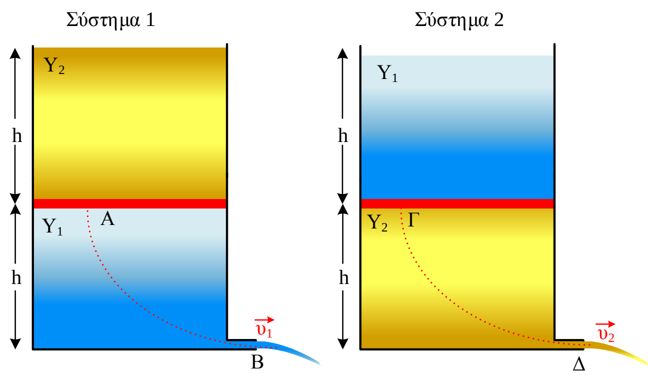
Θεωρούμε σε κάθε περίπτωση ότι τα υγρά είναι ιδανικά, η ροή γίνεται αμέσως στρωτή το έμβολο κινείται χωρίς τριβές μέσα στον κάθε κύλινδρο η ελεύθερη επιφάνεια κατεβαίνει με σχεδόν μηδενική ταχύτητα.

Να αιτιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

Λύση

Α. Σωστή απάντηση η **γ**.

Θεωρούμε ως επίπεδο αναφοράς την βάση κάθε κυλίνδρου.



Σχήμα 1

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Bernoulli για τα σημεία Α,Β και Γ,Δ και έχουμε:

$$p_A + \rho_1 gh = p_B + \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_1^2 \quad (1)$$

Αλλά $p_A = p_{\alpha\tau} + \rho_2 gh$ και $p_B = p_{\alpha\tau}$

Με αντικατάσταση στην (1) έχουμε:

$$p_{\alpha\tau} + \rho_2 gh + \rho_1 gh = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \rho_2 gh + \rho_1 gh = \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2gh(\rho_2+\rho_1)}{\rho_1}} \quad (2)$$

Με ανάλογη διαδικασία για τα σημεία Γ και Δ προκύπτει: $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2gh(\rho_1+\rho_2)}{\rho_2}}$ (3)

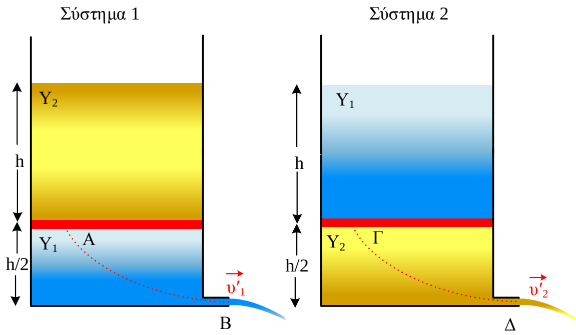
Διαιρούμε τις (2) και (3): $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\sqrt{\frac{2gh(\rho_1+\rho_2)}{\rho_1}}}{\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2gh(\rho_1+\rho_2)}{\rho_2}}} \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} < 1 \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 < \upsilon_2}$

Β. Σωστή απάντηση είναι η **β**.

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\Delta\upsilon^2 = |\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2| = \left|\frac{2gh(\rho_1+\rho_2)}{\rho_2} - \frac{2gh(\rho_1+\rho_2)}{\rho_1}\right| =$$

$$= \left|2gh(\rho_1+\rho_2)\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)\right| \Rightarrow \Delta\upsilon^2 = \left|2gh\frac{\rho_1^2-\rho_2^2}{\rho_1\rho_2}\right| \quad (4)$$



Σχήμα 2

Με ανάλογη διαδικασία όπως στην περίπτωση Α θα έχουμε για τα σημεία Α και Β:

$$p_{\alpha\tau} + \rho_2 gh + \rho_1 g\frac{h}{2} = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_1'^2 \Rightarrow \rho_2 gh + \rho_1 g\frac{h}{2} = \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_1'^2 \Rightarrow \upsilon_1'^2 = \frac{gh(2\rho_2+\rho_1)}{\rho_1} \quad (5)$$

Και ομοίως για τα σημεία Γ και Δ θα ισχύει: $\upsilon_2'^2 = \frac{gh(2\rho_1+\rho_2)}{\rho_2}$ (5)

Με αφαίρεση των (5) και (6) προκύπτει:

$$\Delta\upsilon'^2 = |\upsilon_2'^2 - \upsilon_1'^2| = \left|\frac{gh(2\rho_1+\rho_2)}{\rho_2} - \frac{gh(2\rho_2+\rho_1)}{\rho_1}\right| = \left|2gh\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} + \frac{1}{2} - \frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{1}{2}\right)\right| \Rightarrow \Delta\upsilon'^2 = \left|2gh\frac{\rho_1^2-\rho_2^2}{\rho_1\rho_2}\right| \quad (7)$$

Από τις (4) και (7) προκύπτει $\Delta\upsilon^2 = \Delta\upsilon'^2$

Σημείωση: Οι ταχύτητες εκροής στα σχήματα 1 και 2 είναι διαφορετικές, παρόλα αυτά όμως οι διαφορές των τετραγώνων τους είναι σταθερές!!!

Γ. Σωστή απάντηση είναι η **β**.

Έστω ότι το υγρό που εκρέει έχει κάποιο ύψος x με εφαρμογή του νόμου του Bernoulli για μία φλέβα ΑΒ θα δώσει $p_{\alpha\tau} + \rho_2 gh + \rho_1 gx = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \rho_2 gh + \rho_1 gx = \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1^2 = \frac{2gh\rho_2}{\rho_1} + 2gx$ (8)

Με ανάλογη διαδικασία για μία φλέβα ΓΔ θα πάρουμε $\upsilon_2^2 = \frac{2gh\rho_1}{\rho_2} + 2gx$ (9)

Αλλά $\rho_1 > \rho_2$ οπότε από τις (8) και (9) προκύπτει: $\upsilon_2 > \upsilon_1$.

Δηλαδή σε κάθε ύψος ($x < h$) η ταχύτητα εκροής του συστήματος 2 είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα εκροής του συστήματος 1, συνεπώς το σύστημα 2 θα αδειάσει πιο γρήγορα το υγρό που υπάρχει στο κάτω μέρος.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Βασίλης Δουκατζής