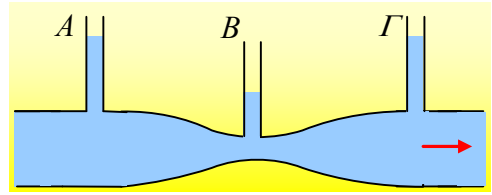


### Το ύψος και η ταχύτητα σε σωλήνα με στένωμα.

Ο οριζόντιος σωλήνας του σχήματος, διατομής  $A_A=A_1=20\text{cm}^2$  παρουσιάζει σε μια περιοχή ένα στένωμα διατομής  $A_B=A_2=5\text{cm}^2$ . Στο σωλήνα ρέει νερό που στο στένωμα έχει ταχύτητα  $0,8\text{m/s}$ . Το ύψος του νερού στο σωλήνα Α είναι  $23\text{cm}$ .



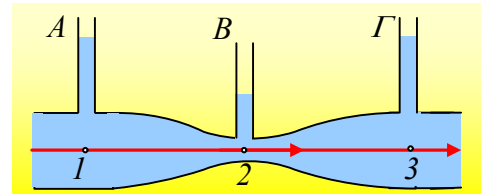
- i) Πόσο είναι το ύψος του νερού στο σωλήνα Β και πόσο στο σωλήνα Γ, όπου ο σωλήνας έχει ξανά διατομή  $A_1$ .
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο στένωμα, όταν το ύψος του νερού στον σωλήνα Α είναι  $12\text{cm}$  και στον Β μηδέν.

Η ροή να θεωρηθεί μόνιμη και στρωτή ροή ιδανικού ρευστού, ενώ η πυκνότητα του νερού είναι ίση με  $1.000\text{kg/m}^3$ . Η ακτίνα του σωλήνα να θεωρηθεί αμελητέα σε σχέση με τα ύψη του νερού στους κατακόρυφους σωλήνες, ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ .

#### Απάντηση:

- i) Ας εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 της ρευματικής γραμμής του διπλανού σχήματος:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (1)$$



Όπου  $p_1 = p_{atm} + \rho g h_1$  και  $p_2 = p_{atm} + \rho g h_2$  με  $h_1$  το ύψος του νερού στον σωλήνα Α και  $h_2$  το αντίστοιχο ύψος στο σωλήνα Β.

Εξάλλου από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στις θέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2 = \frac{5\text{cm}^2}{20\text{cm}^2} \cdot 0,8\text{m/s} = 0,2\text{m/s}$$

Έτσι με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$p_{atm} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{atm} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \rightarrow$$

$$2gh_1 + v_1^2 = 2gh_2 + v_2^2 \rightarrow$$

$$h_2 = h_1 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = 0,23\text{m} + \frac{0,2^2 - 0,8^2}{2 \cdot 10}\text{m} = 0,2\text{m}$$

Αλλά ο σωλήνας στη θέση (3) έχει την ίδια διατομή με το σωλήνα στη θέση (1) και από την εξίσωση της συνέχειας, προκύπτει ότι  $v_1=v_3$ . Οπότε και από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 3 θα πάρουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 \rightarrow p_1 = p_3 \rightarrow h_3 = h_1 = 23\text{cm}$$

ii) Από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στις θέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$A_1 \cdot v'_1 = A_2 \cdot v'_2 \rightarrow v'_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v'_1 = 4v'_1$$

Με εφαρμογή την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 της ρευματικής γραμμής του παραπάνω σχήματος παίρνουμε:

$$p'_1 + \frac{1}{2}\rho v_1'^2 = p'_2 + \frac{1}{2}\rho v_2'^2 \rightarrow$$

$$p_{atm} + \rho g h'_1 + \frac{1}{2}\rho v_1'^2 = p_{atm} + \rho g h'_2 + \frac{1}{2}\rho(4v'_1)^2 \rightarrow$$

$$15 \frac{1}{2}\rho v_1'^2 = \rho g h'_1 \rightarrow v'_1 = \sqrt{\frac{2}{15} g h'_1}$$

$$v'_1 = \sqrt{\frac{2}{15} g h'_1} = \sqrt{\frac{2}{15} 10 \cdot 12 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}} = 0,4 \text{ m/s} \rightarrow$$

Οπότε:

$$v'_2 = 4v'_1 = 4 \cdot 0,4 \text{ m/s} = 1,6 \text{ m/s}$$

### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονύσης Μάργαρης*