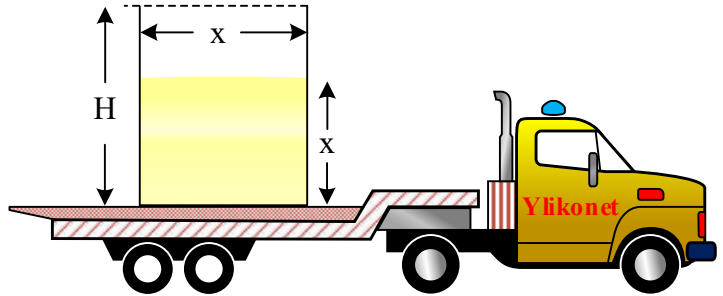


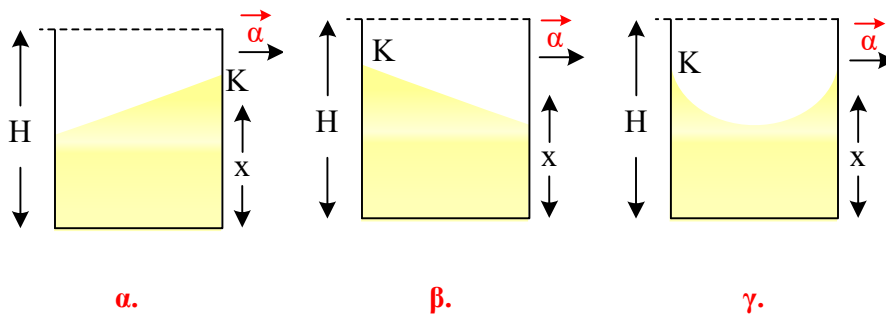
Τρέξε, τρέξε, αλλά κοίτα μην χύσεις την καρδάρια.

Ένας κτηνοτρόφος αφού έχει αρμέξει το κοπάδι του, έχει συγκεντρώσει το γάλα του σε μία δεξαμενή τετραγωνικής βάσης πλευράς x και ύψους $H > x$. Το ύψος του γάλακτος στην δεξαμενή είναι και αυτό x . Μιας και έχει αργήσει το



σημερινό του άρμεγμα, πάει λίγο πιο "τσιτωμένος" (τσιτά τα γκάζια που λέμε) το γάλα στην γαλακτοβιομηχανία που το παραδίδει. Έτσι μετά από κάθε φανάρι που σταματά γκαζώνει όσο παίρνει το φορτηγάκι του, αναπτύσσοντας επιτάχυνση μέτρου a . Η δεξαμενή είναι πακτωμένη στο δάπεδο της καρότσας οπότε δεν κινδυνεύει να του "φύγει".

A. Το σχήμα που "παίρνει" το γάλα κατά την διάρκεια κάθε επιταχυνόμενης κίνησης είναι:



Να επιλέξετε το σωστό διάγραμμα αιτιολογώντας την επιλογή σας.

B. Αν το όχημα κινείται με επιτάχυνση μέτρου $a = g/5$, τότε σημείο του γάλακτος που βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο K στα παραπάνω σχήματα, έχει ανέβει σε σχέση με το αρχικό του ύψος κατά

α. 10%

β. 20%

γ. 50%

Να επιλέξετε την σωστή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Γ. Αν μπορούσαμε να κινηθούμε με όση επιτάχυνση θέλουμε πόση θα έπρεπε να είναι τουλάχιστον αυτή ώστε το γάλα να ακουμπά μόνο στην μία κατακόρυφη επιφάνεια (αριστερή ή δεξιά)

α. $a = g$

β. $a = 1,5g$

γ. $a = 2g$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση αιτιολογώντας την.

Θεωρούμε το γάλα ως ιδανικό ρευστό. Δίνεται ο όγκος κύβου $V = x^3$, ο όγκος πρίσματος με βάση τραπέζιου

$$V = \frac{B+\beta}{2} \cdot x \cdot u \quad \text{με } B, \beta: \text{Μεγάλη και μικρή βάση, } u: \text{ ύψος και } \eta \text{ επιτάχυνση της βαρύτητας } g.$$

Λύση

A. Σωστό σχήμα είναι το **β** .

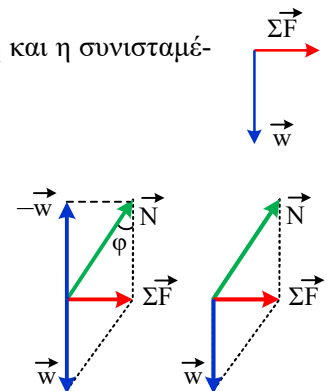
Θεωρούμε μία στοιχειώδη μάζα γάλακτος στην επιφάνεια του. Επειδή το γάλα το θεωρούμε ως ιδανικό ρευστό, απαλλαγμένο από τριβές, η δύναμη που θα δέχεται η στοιχειώδης μάζα θα είναι κάθετη στην επιφάνεια του υγρού.

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

Η συνισταμένη αυτή δύναμη προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα του βάρους που ασκείται στη στοιχειώδη μάζα και της κάθετης αντίδρασης από το υπόλοιπο υγρό.

Εφόσον το σύστημα επιταχύνεται προς τα δεξιά προς τα κει θα έχει κατεύθυνση και η συνισταμένη δύναμη.

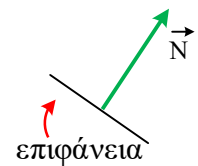
Το βάρος έχει κατακόρυφη φορά, έτσι τα δύο διανύσματα είναι όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Για να βρω την κάθετη δύναμη που ασκεί το υγρό στη στοιχειώδη μάζα θα αφαιρέσω από τη $\Sigma \vec{F}$ το βάρος \vec{w} και θα προκύψει η



\vec{N} όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η αφαίρεση θα γίνει αν προσθέσω το διάνυσμα $-\vec{w}$ στο διάνυσμα $\Sigma \vec{F}$

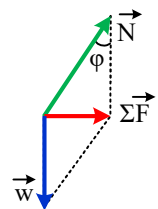
Έτσι λοιπόν η κάθετη στην \vec{N} μας δείχνει την σχηματιζόμενη μορφή στην επιφάνεια του γάλακτος.



B. Σωστή απάντηση είναι η **α** .

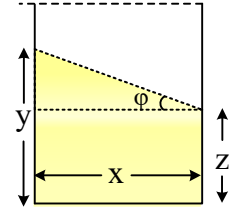
Από το τρίγωνο των δυνάμεων έχουμε: $\epsilon\phi\phi = \frac{\Sigma F}{w} = \frac{m\alpha}{mg} \Rightarrow \epsilon\phi\phi = \frac{\alpha}{g}$ (1)

Επίσης ισχύει: $\epsilon\phi\phi = \frac{y-z}{x}$ (2).



Παρόλη την παραμόρφωση ο όγκος του υγρού δεν αλλάζει. Αρχικά είχαμε όγκο κύβου και τελικά έχουμε όγκο πρίσματος με πλευρά τραπέζιο και ύψος ίσο με x .

$$V_{\text{αρχ}} = V_{\text{τελ}} \Rightarrow x^3 = \frac{y+z}{2} \cdot x \cdot x \Rightarrow y+z = 2x \Rightarrow z = 2x - y \quad (3).$$



$$\text{Από (2) και (3) έχουμε: } \varepsilon\phi\phi = \frac{y-z}{x} = \frac{y-2x+y}{x} \Rightarrow \varepsilon\phi\phi = \frac{2y-2x}{x} \quad (4)$$

$$\text{Αλλά } \alpha = \frac{g}{5} \text{ έτσι (1) } \Rightarrow \varepsilon\phi\phi = \frac{1}{5} \text{ και η (4) δίνει: } \frac{1}{5} = \frac{2y-2x}{x} \Rightarrow y = 1,1x$$

Το ποσοστό αύξησης του ύψους της κατακόρυφης στήλης του γάλακτος είναι:

$$\frac{y-x}{x} = \frac{1,1x-x}{x} = 0,1 \text{ άρα έχουμε } \mathbf{\text{αύξηση 10\%}}$$
 σε σχέση με το αρχικό ύψος.

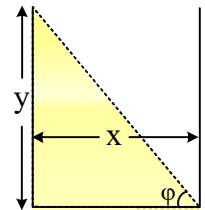
Γ. Σωστή απάντηση είναι η **γ**.

Αν το γάλα πάρει τη μορφή του διπλανού σχήματος τότε θα έχουμε $z = 0$ και από την

$$(3) \Rightarrow y = 2x.$$

$$\text{Με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε: } \varepsilon\phi\phi = \frac{2x}{x} = 2$$

Και τέλος από την (1) προκύπτει **$\alpha = 2g$** .



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Βασίλης Δουκατζής