

Δύο ενωμένες ράβδοι στρέφονται.

Δύο ομογενείς ράβδοι A και B, ίδιου μήκους και της ίδιας μάζας, είναι ενωμένες δημιουργώντας ένα στερεό s, το οποίο μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον O της A. Φέρνουμε το στερεό σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί. Η αρχική επιτάχυνση του σημείου M, στο οποίο ενώνονται οι δύο ράβδοι είναι a_1 , ενώ η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά στη διάρκεια της κίνησης είναι v_1 .



Αν η ράβδος A ήταν αβαρής, τότε:

i) Το σημείο M αποκτά αρχική επιτάχυνση a_2 , όπου:

$$\alpha) a_2 < a_1, \quad \beta) a_2 = a_1, \quad \gamma) a_2 > a_1.$$

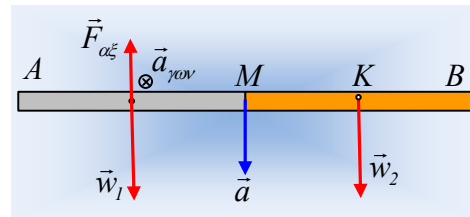
ii) Για τη μέγιστη ταχύτητα v_2 του σημείου M ισχύει:

$$\alpha) v_2 < v_1, \quad \beta) v_2 = v_1, \quad \gamma) v_2 > v_1.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Μόλις αφεθεί το στερεό να κινηθεί, στη θέση που οι ράβδοι είναι οριζόντιοι, οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα και θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, έχουμε:



$$\Sigma \tau = I_s a_{γων} \rightarrow mg\ell = (I_A + I_B) a_{γων1} \rightarrow$$

$$a_M = a_1 = a_{γων1} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{mg\ell^2}{2(I_A + I_B)} \quad (1)$$

Αν τώρα η A ράβδος ήταν αβαρής η παραπάνω εξίσωση θα ήταν αντίστοιχα:

$$a_2 = a_{γων2} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{mg\ell^2}{2I_B} \quad (2)$$

Από την σύγκριση των (1) και (2) προκύπτει ότι $a_2 > a_1$. Σωστό το γ).

Σχόλιο 1:

Το στερεό s επιταχύνεται από τη ροπή του βάρους της B ράβδου και στις δύο περιπτώσεις, αφού ο άξονας περνάει από το μέσον της A ράβδου. Αλλά τότε μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση έχουμε στην περίπτωση της αβαρούς ράβδου (μικρότερη αδράνεια, όπως αυτή εκφράζεται από τη ροπή αδράνειας...), οπότε και το σημείο M αποκτά μεγαλύτερη επιτάχυνση.

ii) Το σημείο M θα αποκτήσει τη μεγαλύτερη ταχύτητά του τη στιγμή που το στερεό s θα έχει

και τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα, αφού $v_M = \omega \cdot \frac{\ell}{2}$. Αυτό συμβαίνει στην κατακόρυφη θέση,

αφού μέχρι τη θέση αυτή η ροπή του βάρους w_2 επιταχύνει το στερεό, ενώ στη συνέχεια η ροπή έχει αντίθετη κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας και η κίνηση γίνεται επιβραδυνόμενη. Έτσι με εφαρμογή της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, λαμβάνοντας την κατώτερη θέση του μέσου K της B ράβδου ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow$$

$$0 + 2mg\ell = \frac{1}{2} I_s \omega_1^2 + mg\ell \rightarrow$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2mg\ell}{I_A + I_B}} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2mg\ell}{I_A + I_B}} \cdot \frac{\ell}{2} \quad (3)$$

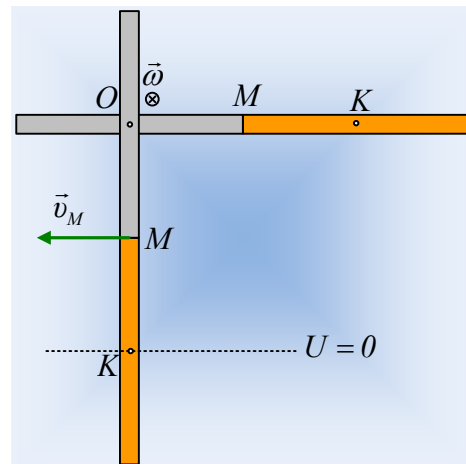
Στην δεύτερη περίπτωση με αβαρή την A ράβδο, θα έχουμε αντίστοιχα:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2mg\ell}{I_B}} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2mg\ell}{I_B}} \cdot \frac{\ell}{2} \quad (4)$$

Από την σύγκριση των (3) και (4) προκύπτει ότι $v_2 > v_1$, σωστό ξανά το γ).

Σχόλιο 2:

Στην πρώτη περίπτωση η περιστροφή του στερεού συνοδεύεται από μείωση της δυναμικής ενέργειας της B ράβδου (το κέντρο μάζας της A σφαίρας παραμένει σταθερό στο σημείο O). Η μείωση αυτή εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια ΚΑΙ των δύο ράβδων. Αντίθετα, στην δεύτερη περίπτωση αυτή η μείωση της δυναμικής ενέργειας εμφανίζεται ΜΟΝΟ ως κινητική ενέργεια της B ράβδου. Αλλά τότε στην περίπτωση της αβαρούς ράβδου A, θα έχουμε μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα, συνεπώς και μεγαλύτερη ταχύτητα του σημείου M.



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης