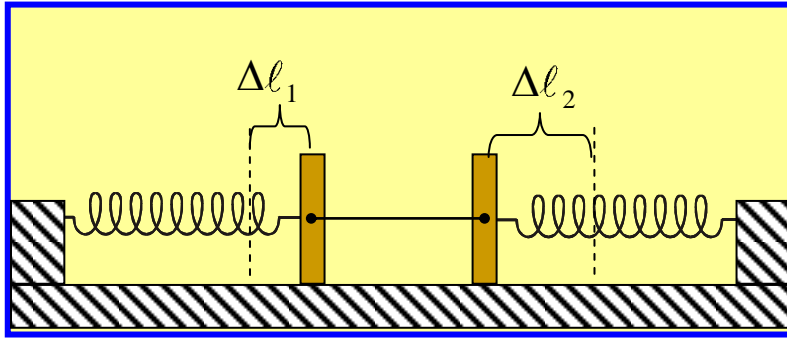


Δυο δεμένα σώματα ταλαντεύονται.



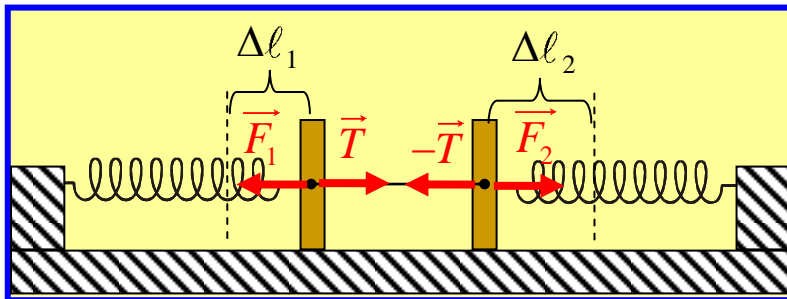
Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 1\text{kg}$ και $m_2 = 4\text{kg}$. Τα ελατήρια σταθερές $k_1 = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ και

$$k_2 = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Το νήμα είναι μη εκτατό και αβαρές. Όταν το σύστημα ισορροπεί το ελατήριο 1 έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell_1 = 0,1\text{m}$.

Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης των δύο σωμάτων ώστε το νήμα να παραμένει τεντωμένο;

Απάντηση:

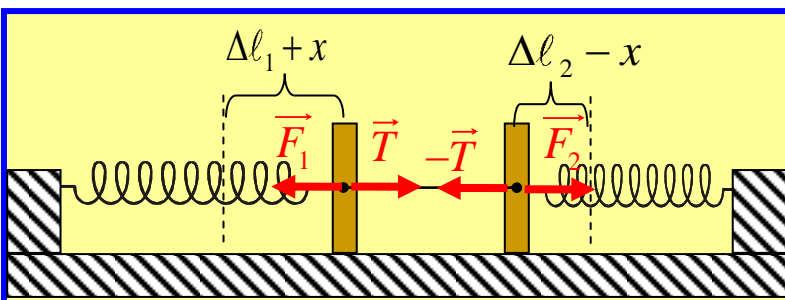


Η ισορροπία των σωμάτων επιβάλλει:

$$F_1 = T \quad \text{και} \quad F_2 = T$$

$$\text{Επομένως } F_1 = F_2 \Rightarrow k_1 \cdot \Delta\ell_1 = k_2 \cdot \Delta\ell_2 \quad (1)$$

$$\text{Άρα } \Delta\ell_2 = 0,4\text{m}$$



Έστω ότι το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση με πλάτος A .

Ταλάντωση με ίδια ω εκτελεί κάθε σώμα. Επομένως:

$$T - k_1 \cdot (\Delta\ell_1 + x) = -m_1 \cdot \omega^2 \cdot x \quad (2)$$

$$\text{και } k_2 \cdot (\Delta \ell_2 - x) - T = -m_2 \cdot \omega^2 \cdot x \quad (3)$$

$$\text{Προσθέτω οπότε: } -k_1 \cdot (\Delta \ell_1 + x) + k_2 \cdot (\Delta \ell_2 - x) = -m_1 \cdot \omega^2 \cdot x - m_2 \cdot \omega^2 \cdot x$$

$$(1) \Rightarrow -(k_1 + k_2) \cdot x = -(m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}}$$

Ας φανταστούμε για μια στιγμή ότι το νήμα αντικαθίσταται από αβαρή ράβδο. Τότε το σύστημα θα εκτελεί

α.α.τ. με γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}}$. Έστω A το πλάτος της.

Όταν η απομάκρυνση θα είναι x τότε για το αριστερό σώμα θα έχουμε ότι:

$$\sum F = -m_1 \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow T - k_1 (\Delta \ell_1 + x) = -m_1 \cdot \frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2} \cdot x$$

Με αντικατάσταση έχουμε:

$$T - 400(0,1 + x) = -1 \cdot \frac{500}{5} \cdot x \Rightarrow T = 40 + 400 \cdot x - 100 \cdot x$$

$$T = 40 + 300 \cdot x \quad (S.I)$$

$$\text{Προφανώς η } T \text{ θα είναι θετική αν } 40 + 300 \cdot x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{15} m$$

Αυτό σημαίνει ότι για να είναι θετική η T θα πρέπει να μην φτάσουμε ποτέ την εν λόγω τιμή.

Δηλαδή το πλάτος να είναι μικρότερο από $\frac{2}{15} m$.

Αν ξαναβάζαμε το νήμα θα παρέμενε τεντωμένο για τέτοια πλάτη.

Παρατήρηση:

Αν $m_1 = 4kg$, $m_2 = 4kg$, $k_1 = 400 \frac{N}{m}$ και $k_2 = 100 \frac{N}{m}$ τότε αλλάζει η ιστορία άρδην.

$$T - k_1 (\Delta \ell_1 + x) = -m_1 \cdot \frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2} \cdot x \Rightarrow T = 40 + 400 \cdot x - 400 \cdot x \Rightarrow T = 40N \quad 3$$

Δηλαδή όποιο και αν ήταν το πλάτος η τάση θα παρέμενε σταθερή.

Αυτό οφείλεται σε έναν συγχρονισμό μεταξύ των δύο ταλαντωτών. Με κομμένο το νήμα ταλαντεύονται με ίδιες γωνιακές συχνότητες.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Γιάννης Κουειακόπουλος