Δύο Ταλαντώσεις με δράση μεταβλητής δύναμης.

1η .

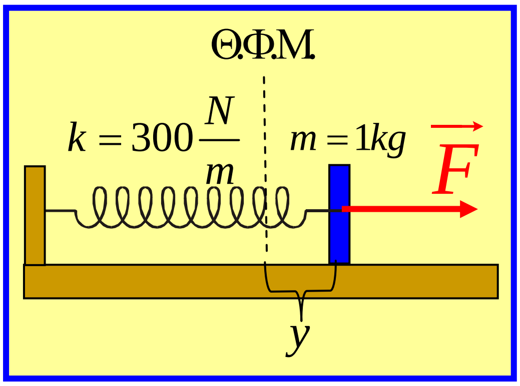
Ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής, αρχικά ακίνητος, δέχεται χωροεξαρτώμενη δύναμη $F = 20 + 200 \cdot y$ (S.I)

Σε ποια θέση έχουμε ισορροπία;

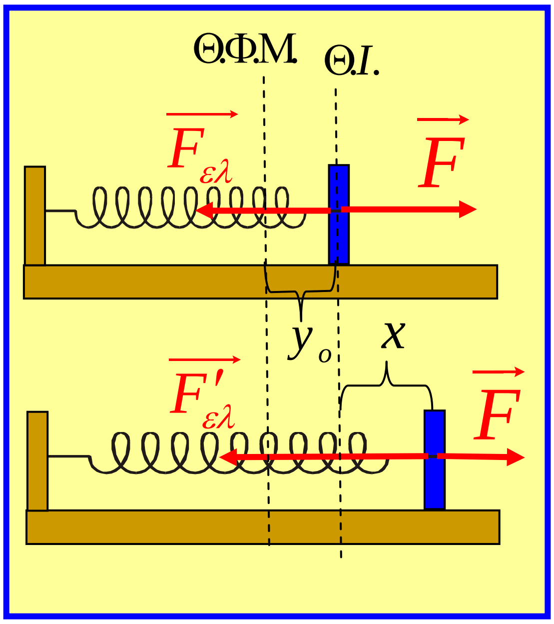
Δείξτε ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Ποια είναι η περίοδος της ταλάντωσης;

Ποιο το πλάτος της;



Απάντηση:



Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα είναι:

$$\sum F = F + F_{ελ} = 20 + 200 \cdot y - 300 \cdot y = 20 - 100 \cdot y \quad \text{(S.I)}$$

Στη θέση ισορροπίας:

$$20 - 100 \cdot y_o = 0 \Rightarrow x_o = 0,2m$$

Στην τυχαία θέση:

$$\sum F = 20 + 200 \cdot y = 20 - 100 \cdot (y_o + x) = 20 - 20 - 100 \cdot x$$

$$\Rightarrow \sum F = -100 \cdot x \qquad \text{(S.I)}$$

Εκτελεί επομένως απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο:

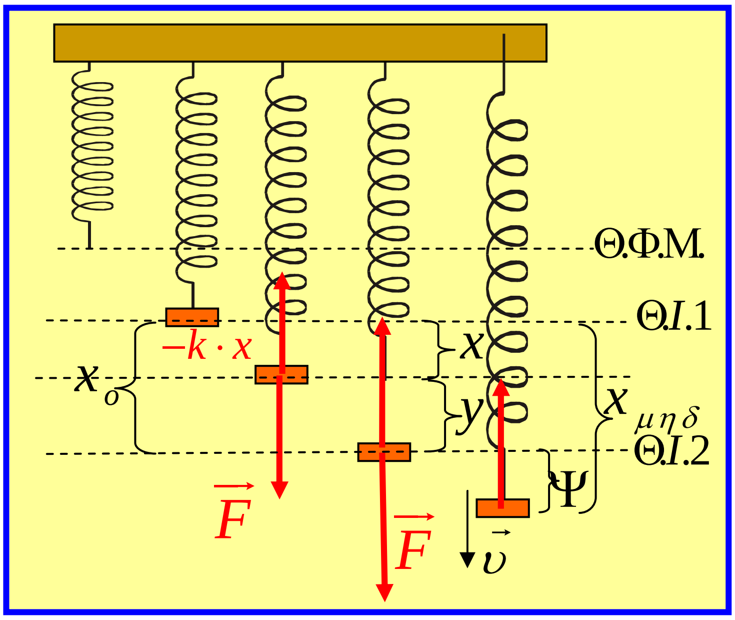
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\pi}{5}s \quad \text{και} \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 10\frac{rad}{s}$$

Πλάτος της ταλάντωσης είναι το $y_o = 0,2m$ διότι στην αρχική θέση έχει μηδενική ταχύτητα. Η αρχική θέση είναι επομένως ακραία θέση.

2η .

Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη **F**, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση F=200-300x (μονάδες στο S.I.), όπου x η απόσταση από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος.

Η δύναμη παύει να ασκείται στη θέση μηδενισμού της.



1. Δείξτε ότι το σώμα εκτελεί α.α.τ.
2. Υπολογίσατε το πλάτος της.
3. Υπολογίσατε την ταχύτητα του σώματος όταν η δύναμη μηδενίζεται.
4. Πόσο θα απομακρυνθεί το σώμα από την αρχική του θέση;
5. Το έργο της δύναμης F.

Απάντηση:

1. Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι $\sum F = F - k\cdot x = 200 - 300\cdot x - 100\cdot x = 200 - 400\cdot x$ (S.I)

Στη θέση ισορροπίας έχουμε $200 - 400\cdot x_o = 0 \Rightarrow x_o = 0,5m$

Στην τυχαία θέση $\sum F = 200 - 400\cdot x = 200 - 400\cdot(x_o - y) = 200 - 200 - 400\cdot y = -400\cdot y$

Εκτελεί επομένως α.α.τ. με $D = 400\frac{N}{m}$ και $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 20\frac{rad}{s}$

2. Το σώμα είναι αρχικά ακίνητο οπότε βρίσκεται σε ακραία θέση. Επομένως το πλάτος είναι $A = 0,5m$

3. Η δύναμη μηδενίζεται όταν $200 - 300\cdot x_{\mu\eta\delta} = 0 \Rightarrow x_{\mu\eta\delta} = \frac{2}{3}m$

Φυσικά στη θέση αυτήν $\Psi = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)m = \frac{1}{6}m$.

Η ταχύτητα την οποία έχει υπολογίζεται από διατήρηση ενέργειας:

$$\frac{1}{2}D\cdot A^2 = \frac{1}{2}D\cdot\Psi^2 + \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 \Rightarrow A^2 - \Psi^2 = \frac{\upsilon^2}{\omega^2} \Rightarrow \upsilon = -\omega\sqrt{A^2 - \Psi^2} = -\frac{20\sqrt{2}}{3}\frac{m}{s}$$

4. Όταν μηδενίζεται η δύναμη το σώμα εκτελεί α.α.τ. περί την αρχική του θέση με $\omega' = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 10\dfrac{rad}{s}$

Το πλάτος της νέας ταλάντωσης, Β, υπολογίζεται πάλι με επίκληση διατήρησης της ενέργειας.

$$\frac{1}{2}k \cdot B^2 = \frac{1}{2}k \cdot \left(x_{\mu\eta\delta}\right)^2 + \frac{1}{2}m \cdot \upsilon^2 \Rightarrow B^2 = \left(x_{\mu\eta\delta}\right)^2 + \frac{\upsilon^2}{\omega'^2} \Rightarrow B = \frac{2\sqrt{3}}{3}m$$

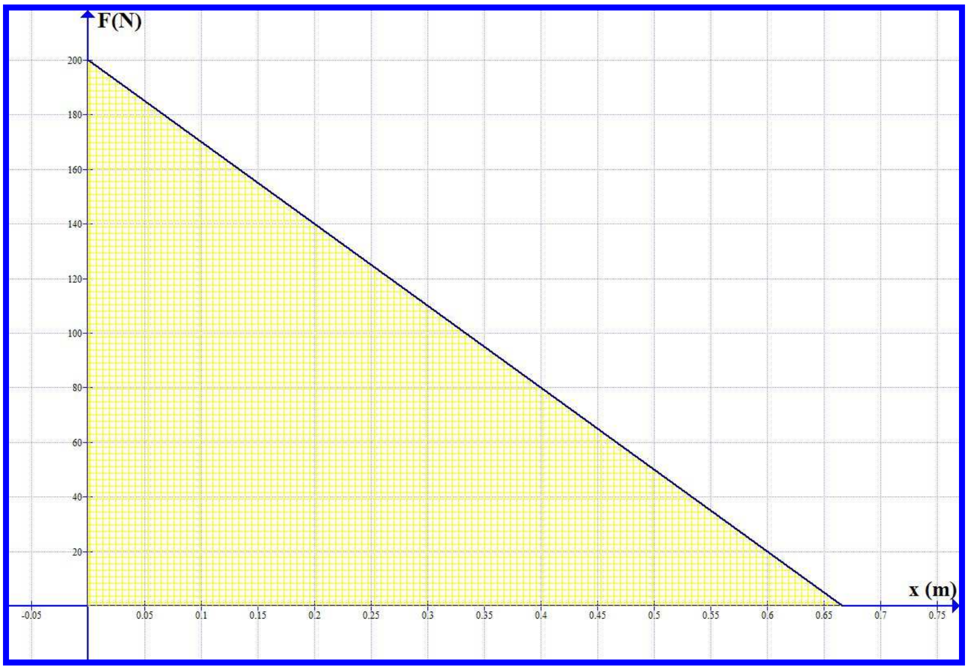
Πάμε τώρα στα έργα των δυνάμεων.

Η συνισταμένη βάρους-δύναμης ελατηρίου παράγει αρνητικό έργο. Αυτό είναι ίσο με:

$$U_{\tau\alpha\lambda 1} - U_{\tau\alpha\lambda 2} = 0 - \frac{1}{2}k \cdot B^2 = -\frac{200}{3}J$$

Επειδή το σώμα ξεκινά από ακινησία και καταλήγει σε ακινησία το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι αντίθετο του προηγούμενου. Δηλαδή $W_F = \dfrac{200}{9}J$.

Το τελευταίο θα μπορούσε να υπολογιστεί και από το εμβαδόν του γραφήματος:



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Γιάννης Κυρικόπουλος