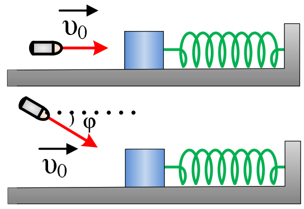
Ερωτήσεις με δικαιολόγηση στα ελατήρια.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση αιτιολογώντας την επιλογή σας στις παρακάτω ερωτήσεις.



1) Βλήμα, μάζας m, κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_0 και συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας Μ που βρίσκεται δεμένο σε ελατήριο σταθεράς k πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αρχικά το βλήμα βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα και το συσσωμάτωμα ταλαντώνεται με πλάτος A_1. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία εκτοξεύοντας αυτή τη φορά το βλήμα με ταχύτητα μέτρου υ_0 που σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^o$ με την οριζόντια διεύθυνση. Το συσσωμάτωμα τώρα ταλαντώνεται με πλάτος A_2. Για τα δύο πλάτη ισχύει:

α. $A_1 = 2A_2$ **β.** $A_1 = A_2$ **γ.** $A_2 = 2A_1$

Λύση

Σωστή απάντηση η **α**

Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής μόνο στον άξονα x′x όπου το σύστημα είναι μονωμένο.

Για την πρώτη περίπτωση ισχύει:

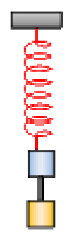
$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_{συσ} \Rightarrow m\upsilon_0 = (m+M)V \Rightarrow m\upsilon_0 = (m+M)\omega A_1 \Rightarrow A_1 = \frac{m\upsilon_0}{(m+M)\omega}$$

Για την δεύτερη περίπτωση ισχύει:

$$\vec{p}_{αρχ,x} = \vec{p}_{τελ,x} \Rightarrow \vec{p}_{1,x} = \vec{p}_{συσ} \Rightarrow m\upsilon_0 συν60^o = (m+M)V' \Rightarrow \frac{m\upsilon_0}{2} = (m+M)\omega A_2 \Rightarrow A_2 = \frac{m\upsilon_0}{2(m+M)\omega}$$

Και στις δύο περιπτώσεις ισχύει $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$

$$\text{Άρα } \frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{m\upsilon_0}{(m+M)\omega}}{\frac{m\upsilon_0}{2(m+M)\omega}} = 2 \Rightarrow A_1 = 2A_2$$



2) Τα δύο σώματα μάζας $m_1 = 2m$, $m_2 = m$ ισορροπούν δεμένα μέσω νήματος σε κατακόρυφο ελατήριο όπως στο σχήμα. Αρχικά δίνουμε στο σύστημα ενέργεια ώστε να ταλαντώνεται με πλάτος A_1 τέτοιο ώστε το νήμα μόλις που δεν χαλαρώνει. Επαναφέρουμε το σύστημα σε ηρεμία και κόβουμε το νήμα. Το σώμα μάζας m_1 που μένει ταλαντώνεται με πλάτος A_2 για το οποίο ισχύει:

α. $A_1 = ½A_2$ **β.** $A_1 = A_2$ **γ.** $A_1 = 3A_2$

Λύση

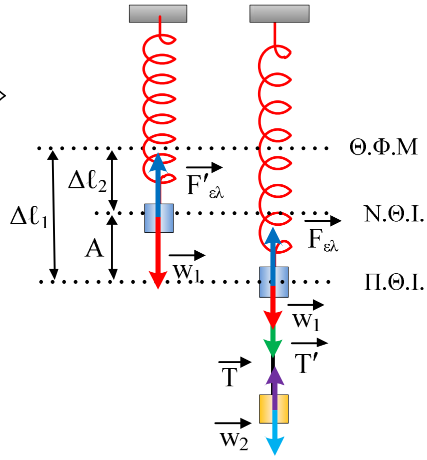
Σωστή απάντηση η **γ**.

Για το σώμα μάζας m_2 ισχύει: $\Sigma\vec{F}_2 = m_2\alpha \Rightarrow T - m_2 g = -m_2\omega^2 x \Rightarrow T = m_2(g - \omega^2 x)$

Για να μην χαλαρώνει το νήμα πρέπει:

$$T \geq 0 \Rightarrow g - \omega^2 x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow A_1 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1+m_2)g}{(m_1+m_2)\omega^2} \Rightarrow A_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$$

Πριν κόψουμε το νήμα ισχύει στην Π.Θ.Ι.:



$$\Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda} + \vec{w}_1 + \vec{w}_2 = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_1 g + m_2 g \Rightarrow k\Delta\ell_1 = (m_1+m_2)g \Rightarrow$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k} + \frac{m_2 g}{k}$$

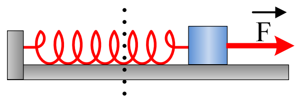
Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι διαφορετική έχουμε Νέα Θ.Ι. που ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}' + \vec{w}_1 = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = m_1 g \Rightarrow k\Delta\ell_2 = m_1 g \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{m_1 g}{k}$$

Το σώμα μάζας m αρχίζει την ταλάντωση του έχοντας μηδενική ταχύτητα, άρα η Π.Θ.Ι. αποτελεί άκρο για την ταλάντωση σου σώματος Σ_1. Σύμφωνα με τον ορισμό πλάτος είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη (νέα) Θ.Ι. οπότε σύμφωνα με το σχήμα $A_2 = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 \Rightarrow A_2 = \frac{m_2 g}{k}$.

$$\text{Άρα } \frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{(m_1+m_2)g}{k}}{\frac{m_2 g}{k}} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{m_1+m_2}{m_2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{2m+m}{m} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 3 \Rightarrow A_1 = 3A_2$$

3) Σώμα μάζας m ισορροπεί στο κάτω άκρο ελατηρίου σταθεράς k, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ασκούμε στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ και όταν το σώμα φτάσει στην μέγιστη απομάκρυνση του καταργούμε την δύναμη αυτή και το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. πλάτους:



α. $A = \frac{F}{k}$ **β.** $A = \frac{2F}{k}$ **γ.** $A = \frac{4F}{k}$

Λύση

Σωστή απάντηση η **β**.

Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι το έργο που προσφέρει η δύναμη $\vec{F}$.

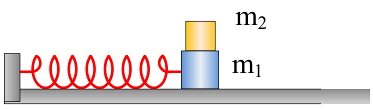
$$\text{Άρα: } W_F = E \Rightarrow FA = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \frac{2F}{k}$$

Σημείωση: Μπορούμε να δώσουμε απάντηση και σε σχέση με την ταλάντωση που εκτελεί το σώμα πριν καταργήσουμε την δύναμη.

Στη θέση ισορροπίας ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = F \Rightarrow k\Delta\ell = F \Rightarrow \Delta\ell = \dfrac{F}{k}$

Η ταλάντωση ξεκινά με μηδενική ταχύτητα άρα η Θ.Φ.Μ. είναι άκρο της ταλάντωσης και ισχύει $A = \Delta\ell$.
Η δύναμη καταργείται στο δεξιό άκρο της ταλάντωσης και η Θ.Ι. της νέας ταλάντωσης είναι η Θ.Φ.Μ..
Η νέα ταλάντωση ξεκινά με μηδενική ταχύτητα και απέχει από τη Θ.Ι. απόσταση $d = 2\Delta\ell$ η οποία είναι και το πλάτος της νέας ταλάντωσης $A' = 2\Delta\ell \Rightarrow A' = \dfrac{2F}{k}$

4) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τα σώματα με μάζες m_1 και m_2, όπου το σώμα μάζας m_2 πάνω στο σώμα μάζας m_1. Το επίπεδο είναι λείο και το ελατήριο που είναι δεμένο το m_1 έχει σταθερά k. Μεταξύ των δύο σωμάτων υπάρχει τριβή συντελεστή στατικής τριβής μ. Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για το οποίο δεν παρατηρείται σχετική κίνηση μεταξύ των σωμάτων είναι:

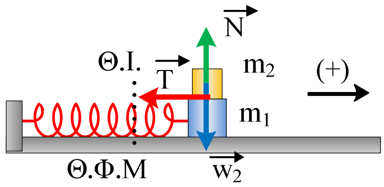


α. $A = \dfrac{\mu g}{\omega^2}$ **β.** $A = \dfrac{g}{\mu\omega^2}$ **γ.** $A = \dfrac{\mu\omega^2}{g}$

Λύση

Σωστή απάντηση **α**

Για το σώμα m_2 έχουμε:

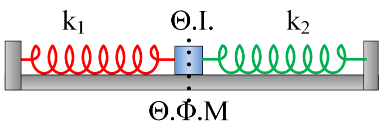


$$\Sigma\vec{F} = -D_2\vec{x} \Rightarrow \vec{T}_{\sigma\tau\alpha\tau} = -D_2\vec{x} \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} = -D_2 x \quad \text{ή}$$

$$\Sigma\vec{F} = m_2\vec{\alpha} \Rightarrow \vec{T}_{\sigma\tau\alpha\tau} = -m_2\omega^2\vec{x} \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} = -m_2\omega^2 x$$

$$\text{Αλλά ισχύει: } |T_{\sigma\tau\alpha\tau}| \le \mu N \Rightarrow m_2\omega^2 x \le \mu m_2 g \Rightarrow x \le \frac{\mu g}{\omega^2} \Rightarrow A = \frac{\mu g}{\omega^2}$$

5) Στο διπλανό σχήμα τα ελατήρια σταθεράς k_1 και $k_2 = 3k_1$ έχουν το ένα άκρο τους δεμένο σε ακλόνητο τοίχο και το άλλο δεμένο με το σώμα μάζας m. Όταν το σύστημα ισορροπεί τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Δίνουμε στο σύστημα ενέργεια και το σώμα μάζας m ταλαντώνεται με πλάτος A_1. Κάποια στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας αφαιρούμε το ελατήρια σταθεράς k_2 και το σώμα ταλαντώνεται πλέον με πλάτος A_2 για το οποίο ισχύει:



α. $A_1 = 2A_2$ **β.** $A_1 = A_2$ **γ.** $A_2 = 2A_1$

Λύση

Σωστή απάντηση η **γ**

Η νέα ταλάντωση ξεκινά από τη θέση ισορροπίας – θέση φυσικού μήκους άρα

$$\upsilon_{max} = \upsilon'_{max} \Rightarrow \omega_1 A_1 = \omega_2 A_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{4k_1}{m}} A_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} A_2 \Rightarrow 2A_1 = A_2$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Βασίλης Δουκατζής