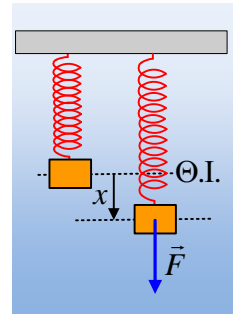


## Μια ταλάντωση μετά τη δράση μεταβλητής δύναμης.

Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k=200\text{N/m}$ , όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$ , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση  $F=90-450x$  (μονάδες στο S.I.), όπου  $x$  η απόσταση από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος. Η δύναμη παύει να ασκείται στη θέση μηδενισμού της.



- i) Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τη στιγμή που μηδενίζεται η ασκούμενη δύναμη;
- ii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης  $F$ ;
- iii) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή μηδενισμού της δύναμης  $F$ .
- iv) Να αποδείξετε ότι στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσής του.

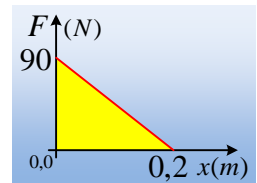
### Απάντηση:

- i) Η δύναμη μηδενίζεται, στη θέση που το σώμα απέχει κατά  $x_1$  από την θέση ισορροπίας, όπου:

$$F=0 \text{ ή } 90-450x_1 \text{ ή}$$

$$x_1 = \frac{90}{450} m = 0,2m$$

- ii) Αφού η δύναμη είναι μεταβλητή, το έργο της θα υπολογιστεί μέσω διαγράμματος. Σχεδιάζουμε το διάγραμμα του μέτρου της δύναμης σε συνάρτηση με την μετατόπιση, οπότε το έργο της είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου, του διαγράμματος:



$$W_F = \frac{1}{2} 0,2 \cdot 90 J = 9 J$$

- iii) Στην αρχική θέση ισορροπίας:  $\Sigma F=0$  ή  $k\Delta\ell = mg$  (1).

Στη διάρκεια της άσκησης της δύναμης  $F$ , στο σώμα ασκούνται το βάρος και η δύναμη του ελατηρίου, όπως εμφανίζονται στο σχήμα. Ας ονομάσουμε τη συνισταμένη τους δύναμη  $F_1$ , τότε αυτή έχει φορά προς τα πάνω και έχει μέτρο:

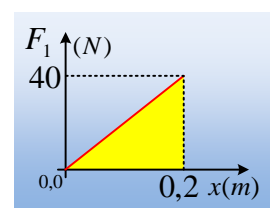
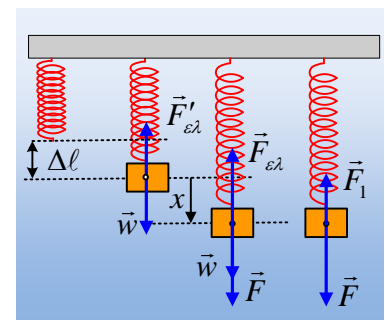
$$F_1 = F_{ελ} - w = k(\Delta\ell + x) - mg = k\Delta\ell + kx - mg = kx$$

Εφαρμόζουμε τώρα για το σώμα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα, από την αρχική θέση ( $x=0$ ) μέχρι τη θέση  $x_1=0,2\text{m}$ :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F + W_{F1} \quad (2)$$

Το έργο της  $F_1$  θα υπολογιστεί ξανά από το διάγραμμα  $F_1-x$ , ίσο αριθμητικά με το εμβαδόν του αντίστοιχου τριγώνου, με τη διαφορά ότι η δύναμη έχει αντίθετη φορά από την μετατόπιση, συνεπώς το έργο της είναι αρνητικό:

$$W_{F_1} = -\frac{1}{2} 0,2 \cdot 40 J = -4 J$$



Οπότε με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε:

$$K_{τελ}-0=9J-4J \text{ ή}$$

$$K_{τελ}=5J$$

iv) Μετά τον μηδενισμό της δύναμης F, στο σώμα ασκούνται πλέον μόνο το βάρος και η δύναμη του ελατηρίου, οπότε, με θετική κατεύθυνση προς τα κάτω παίρνουμε για την τυχαία θέση, η οποία απέχει κατά x από την θέση ισορροπίας :

$$\Sigma F = w - F_{ελ} = mg - k(\Delta\ell + x) = mg - k\Delta\ell - kx = -kx$$

Συνεπώς το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, γύρω από την αρχική του θέση ισορροπίας και με σταθερά D=k.

v) Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή, συνεπώς:

$$\frac{1}{2}Dx_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}DA^2 \rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{2\left(\frac{1}{2}kx_1^2 + K_1\right)}{k}} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{1}{2}200 \cdot 0,2^2 + 5\right)}{200}}m = 0,3m$$

### Σχόλια:

1) Το έργο της δύναμης F, ίσο με 9J, εκφράζει την ενέργεια που δόθηκε στο σώμα για να πραγματοποιήσει την ταλάντωσή του. Συνεπώς  $E_\tau=9J$ , αλλά τότε το πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$\frac{1}{2}DA^2 = E_\tau \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_\tau}{D}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9}{200}}m = 0,3m$$

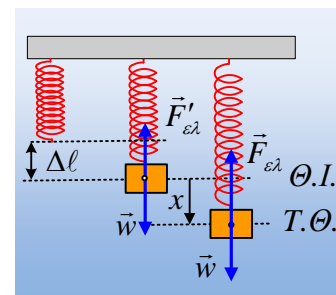
2) Αλλά και στη διάρκεια που ασκείται η δύναμη F, ασκείται στο σώμα και η **δύναμη επαναφοράς** (η συνισταμένη βάρους και δύναμης ελατηρίου), την οποία παραπάνω ονομάσαμε  $F_1$ . Το έργο της δε, συνδέεται με τη δυναμική ενέργεια με την σχέση:

$$W_{F_1} = W_{F_{εξ}} = -\Delta U = U_{αρχ} - U_{τελ} = 0 - \frac{1}{2}Dx_1^2 = -4J$$

Με άλλα λόγια, παρότι η κίνηση, για όσο χρόνο ασκείται η F, δεν είναι ΑΑΤ, ένα μέρος της ενέργειας που δίνεται στο σώμα εμφανίζεται ως δυναμική ενέργεια που συνδέεται με τα δύναμη επαναφοράς.

Αλλά αν από τα 9J τα 4J μετατρέπονται σε δυναμική, τα υπόλοιπα 5J εμφανίζονται ως κινητική ενέργεια.

3) Αξίζει να επισημανθεί ότι η παραπάνω τιμές ενεργειών είναι ανεξάρτητες της μάζας του σώματος, η οποία σκοπίμως δεν δόθηκε.



### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης