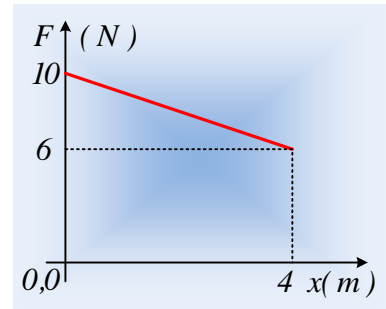


Κίνηση με την επίδραση μεταβλητής δύναμης.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας μεταβλητής δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται, σε συνάρτηση με την μετατόπιση x από την αρχική θέση ισορροπίας του, όπως στο διπλανό σχήμα.

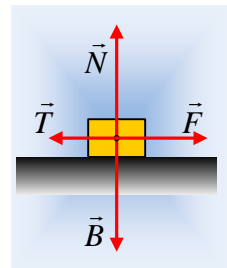


- i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση την οποία θα αποκτήσει το σώμα.
- ii) Να υπολογιστεί το έργο της ασκούμενης δύναμης μέχρι το σώμα να μετατοπιστεί κατά 4m.
- iii) Ποια η ταχύτητα του σώματος στη θέση $x=4m$;
- iv) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη θέση $x=4m$.
- v) Σε ποια θέση το σώμα έχει μηδενική επιτάχυνση; Μπορείτε να περιγράψετε την κίνηση του σώματος μέχρι να μετατοπιστεί κατά $x=4m$;
- vi) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου θεωρώντας το σώμα υλικό σημείο, έχουμε σχεδιάσει όλες τις δυνάμεις να ασκούνται στο ίδιο σημείο! Το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $N=B=mg$, ενώ αφού μετακινείται, η ασκούμενη τριβή, είναι τριβή ολίσθησης μέτρου:



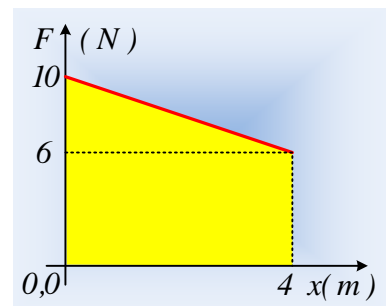
$$T = \mu \cdot N = \mu \cdot mg = 0,4 \cdot 2 \cdot 10N = 8N.$$

- i) Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε για την αρχική θέση:

$$\Sigma F_x = ma_0 \rightarrow a_0 = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{F - T}{m} = \frac{10N - 8N}{2kg} = 1m/s^2.$$

- ii) Το έργο της δύναμης F , μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα, αφού είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του τραπεζιού του διπλανού σχήματος.

$$W_F = \frac{B + \beta}{2} \nu = \frac{10 + 6}{2} 4J = 32J.$$



- iii) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητική ενέργειας του σώματος από την αρχική θέση ($x=0$), μέχρι τη θέση $x=4m$ και παίρνουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_B + W_N + W_T$$

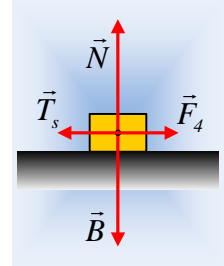
Αλλά $W_B = W_N = 0$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στη μετατόπιση, οπότε με αντικατάσταση

έχουμε:

$$\frac{1}{2} m v_{\text{τελ}}^2 = 32J + 0 + 0 - T \cdot x \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_{\text{τελ}}^2 = 32J + 0 + 0 - 8N \cdot 4m = 0 \rightarrow v_{\text{τελ}} = 0$$

- iv) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα η ταχύτητα του σώματος στη θέση $x=4m$, είναι μηδενική. Αλλά τότε στο σώμα ασκείται η δύναμη F με μέτρο $F_4=6N$, η οποία δεν μπορεί πια να επιταχύνει το σώμα, το οποίο μπορεί να δεχτεί δύναμη τριβής, μέχρι και $8N$ (δεχόμενοι ότι ο συντελεστής οριακής τριβής είναι ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης). Συνεπώς το σώμα θα μείνει ακίνητο, δεχόμενο πια στατική τριβή, μέτρου $T_s=6N$, ίσο δηλαδή με το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F_4 .



Εξάλλου $N=B=mg=2 \cdot 10N=20N$.

- v) Ποια είναι η εξίσωση της ασκούμενης δύναμης F σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x ; Η μορφή της είναι ευθεία, συνεπώς είναι συνάρτηση $1^{\text{ου}}$ βαθμού της μορφής:

$$F=kx+\lambda$$

Όπου για $x=0$ έχουμε $10=\lambda$ και για $x=4 \rightarrow 6=4k+10 \rightarrow k=-1$, οπότε η συνάρτηση είναι:

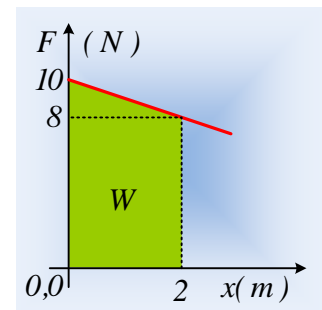
$$F=-x+10 \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

Το σώμα θα έχει μηδενική επιτάχυνση στη θέση όπου $\Sigma F=0$ ή που $F=T$ ή $-x+10=8$ ή $x=2m$, δηλαδή στο μέσον της διαδρομής του σώματος. Αλλά τότε από $0-2m$ το σώμα επιταχύνεται, ενώ από $2m-4m$ επιβραδύνεται αφού η δύναμη είναι μικρότερη από $8N$, μικρότερη δηλαδή της τριβής.

- vi) Αν η κίνηση είναι αυτή που περιγράψαμε παραπάνω, τότε το σώμα θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα και συνεπώς μέγιστη κινητική ενέργεια στη θέση $x_1=2m$ και από το Θ.Μ.Κ.Ε., δουλεύοντας όπως παραπάνω θα έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_B + W_N + W_T$$

$$K_2 - 0 = \frac{10+8}{2} 2J + 0 + 0 - 8N \cdot 2m = 2J$$



Συνεπώς το σώμα στη θέση $x_2=2m$ θα έχει και τη μέγιστη κινητική του ενέργεια $K_{\text{max}}=2J$.

Σχόλιο:

Θα μπορούσαμε να αποφύγουμε τη συνάρτηση της δύναμης, χρησιμοποιώντας Γεωμετρία και τις ιδιότητες του τραπέζιου...

Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης